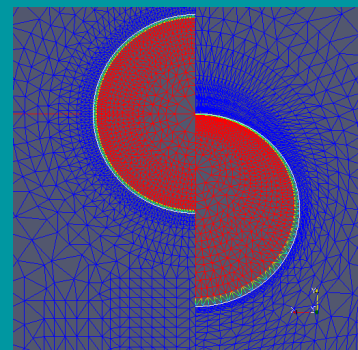
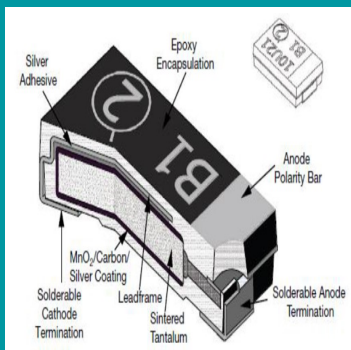
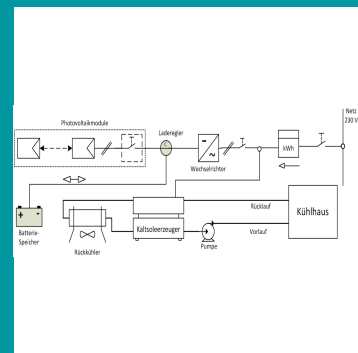
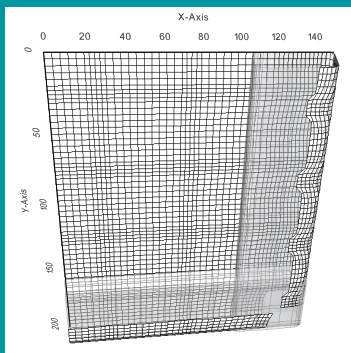
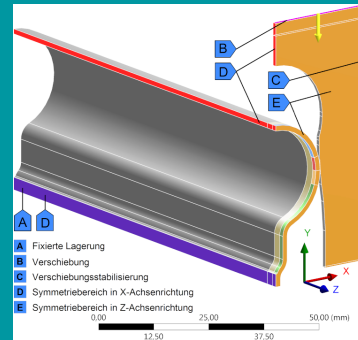
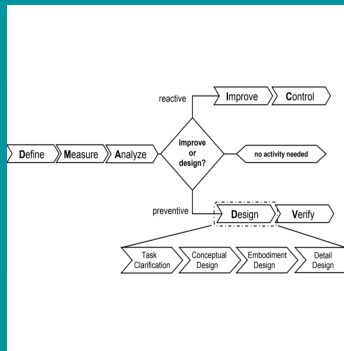
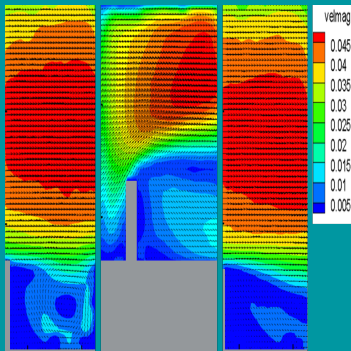


# Methoden des Fortschritts II

Veröffentlichungsreihe des Fachbereichs VIII  
Maschinenbau, Veranstaltungstechnik, Verfahrenstechnik  
der Beuth Hochschule für Technik Berlin **2019**



# Methoden des Fortschritts II

Veröffentlichungsreihe des Fachbereichs VIII  
Maschinenbau, Veranstaltungstechnik, Verfahrenstechnik  
der  
Beuth Hochschule für Technik Berlin

Herausgeber:  
M. Springmann und A. Jühr

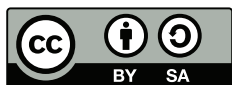


BEUTH HOCHSCHULE  
FÜR TECHNIK  
BERLIN  
University of Applied Sciences

Fachbereich VIII  
Maschinenbau, Veranstaltungstechnik,  
Verfahrenstechnik

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.



Soweit nichts anderes vermerkt, ist dieses Werk lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Alle Urheberrechte verbleiben bei den jeweiligen Autoren der Beiträge.

ISBN 978-3-948133-00-9 (pdf)

ISBN 978-3-948133-01-6 (ePub)

ISSN 2199-515X

Druck:

Satz und Verlag:

Moringa Science Publishing UG (haftungsbeschränkt)

Stubenrauchstr. 24, 12161 Berlin, Germany

Telefon: +49 30 12082962

Web: <https://moringa.pub>

eMail: [contact@moringa.pub](mailto:contact@moringa.pub)

# Vorwort

Liebe Leserinnen und Leser,  
im Jahr 2014 wurde der erste Band der Veröffentlichungsreihe „Methoden des Fortschritts“ des Fachbereichs VIII, Maschinenbau, Veranstaltungstechnik, Verfahrenstechnik, der Beuth Hochschule für Technik Berlin herausgegeben.

Wir freuen uns, Ihnen nun den zweiten Band der Reihe vorstellen zu können.

Durch die breite fachliche Ausrichtung des Fachbereichs VIII sind auch im Jahr 2018 vielfältige Beiträge zu den unterschiedlichsten Themen eingereicht worden. Die Inhalte reichen von nichtlinearen numerischen Simulationen, konstruktiven Methoden und Fertigungstechniken bis hin zu Fragestellungen der Energiewirtschaft, des Projektmanagements sowie des Theaterbaus.

An dieser Stelle geht ein ganz besonders herzlicher Dank an die Autorinnen und Autoren, die mit ihren sehr interessanten Berichten Einblicke in die Forschungslandschaft der Beuth Hochschule für Technik gewähren.

M. Springmann und A. Juhr





# Inhaltsverzeichnis

<i>Newton's second law in stagnant cap models for spherical and deformable drops</i> Kathrin Bäumlner und Anja R. Paschedag .....	7
<i>Methoden des Fortschritts in der Instandhaltung</i> Thomas Geike .....	47
<i>Modellierung von vorgespannten Gemäldeleinwänden – Eine Anwendung der nichtlinearen Kontinuumsmechanik</i> Jörg Hornig-Klamroth .....	57
<i>Hybride Zerspannung von Faserverbundwerkstoffen mit dem Industrieroboter</i> Tom Hühns und Gerret Christiansen .....	97
<i>Projektmanagement - Transfer erfolgreicher Ansätze aus dem Leistungssport in das industrielle Umfeld</i> Tom Hühns und Zita Grunzke .....	109
<i>Flexible Stromspeicher: Phasenwechselmaterialien in Kombination mit solarer Kühlung</i> Paul Kohlenbach .....	121
<i>Mapping Theatre Architecture: Der Theaterbaukatalog Berlin</i> Bri Newesely .....	135
<i>Thermo-chemische Behandlung von Leiterplatten zur vermehrten Rückgewinnung von Tantal</i> Martin Nieberl, Peter Hense, Matthias Franke, Andreas Hornung und Annette Jühr .....	149
<i>Konstruktionsmethodiken – Alter Wein in neuen Schläuchen?</i> Michael Schmidt-Kretschmer .....	163

*Entwicklung eines Konstruktionsprinzips zur Herstellung des Rohbaus von Wagenkästen  
in Integralbauweise für den Schienenfahrzeugbereich*

Marcel Springmann, Johannes Kotter und Wolfgang Trommeshauser .....177

*Anwendung Laser-Optischer-Messverfahren zur Validierung und Kalibrierung von  
numerischen Berechnungsverfahren für Strömungssimulationen*

Andreas Swienty, Sabine Przybilla und Joachim Villwock .....205

# Newton's second law in stagnant cap models for spherical and deformable drops

Kathrin Bäumlér<sup>\*1,2</sup> and Anja R. Paschedag<sup>\*\*3</sup>

<sup>1</sup>Current affiliation: Department of Radiology, Stanford University, 318 Campus Drive, 94305 Stanford, USA

<sup>2</sup>Department of Mathematics, Friedrich-Alexander-University Erlangen-Nuremberg, Cauerstr. 11, 91058 Erlangen, Germany

<sup>3</sup>Fachbereich VIII, Beuth University of Applied Sciences, Luxemburger Str. 10, 13353 Berlin, Germany

## Abstract

In two phase flows with impurities the stagnant cap model describes the limiting case for surface convection dominance and negligible sorption processes: The interfacial flow sweeps surfactants to the rear part of a rising bubble or drop. In the rear area, the high surfactant concentration immobilizes the flow in tangential direction while the rest of the interface is free of contamination. We investigate the mathematical models for single deformable and spherical drops with and without stagnant caps. We specifically investigate Newton's second law, which describes the drop kinetics, in the respective mathematical models: Newton's second law is naturally contained in the model describing deformable drops with and without surfactants, as long as the stagnant cap setting is not applied. In other model formulations Newton's second law is not explicitly contained. Generally, this deficiency is overcome by adding Newton's second law to the set of governing equations. However, this approach is only applicable for spherical drops but not for deformable drops with a stagnant cap. We then present and discuss an enhanced stagnant cap model for deformable drops which complies with Newton's second law.

---

\*baeumler@stanford.edu

\*\*anja.paschedag@beuth-hochschule.de

The above findings are illustrated by numerical simulations which depict the lack of correct kinetic description in the affected model and expose the necessity of incorporating Newton's second law in the implementation.

*Keywords:* two-phase flow, deformable drop, stagnant cap, Newton's second law, finite element method, computational fluid dynamics

## 1 Introduction

The numerical simulation of single drops or bubbles in a surrounding fluid may give insight into drop behavior which determines the efficiency of technical processes like extraction or gas scrubbing. In many cases complex interfacial phenomena dominate large scale properties like rise velocities, mass transfer rates and others. Especially systems with impurities or other surface active agents are relevant for practical applications and have been investigated experimentally, numerically, and theoretically.

Even traces of surfactants may alter surface tension, and thus have a considerable effect on fluid dynamic behavior of two-phase flow systems: The non-uniform surface tension induces small scale velocity patterns as the fluid is drawn to areas with higher surface tension. This effect is known as Marangoni convection. In many applications these flow patterns significantly enhance the drag and diminish the rise velocity of buoyant drops, down to the rise velocity of rigid particles of the same density and size.

Another effect of surfactants can be, that the interface is partly immobilized. This *stagnant cap* setting for fluid drops and bubbles is one of several limiting cases for systems with impurities, which are described in Cuenot et al. [8], Leal [29], Clift et al. [7], and others. The stagnant cap limiting case is observed for very slow adsorption and desorption kinetics (or insoluble surfactants) and dominating surface convection. The surfactants accumulate in the downstream area of the drop as indicated in Figure 1. The remaining part of the interface is considered to be free of any surfactant. With sufficiently high surfactant concentration the rear part of the drop immobilizes and tangential velocities are suppressed, resulting in a *stagnant cap*. The stagnant cap setting is characterized by two distinct interfacial areas: the stagnant cap defined by the *stagnant cap angle*  $\theta_{cap}$ , cf. Figure 1, where tangential velocities are suppressed, and the remaining interfacial area which is free of surfactants. A modeling assumption for the stagnant cap setting is that the transition region between both interfacial areas is reduced to infinitesimal extension.

To model a single drop in the stagnant cap setting for a given stagnant cap angle, no transport equation for the surfactant has to be solved but the interface conditions for the velocity are changed to suppress tangential velocities in the stagnant cap area.

On the other hand, the full model describing the effects of surfactants on single drop flow consists of a transport equation for surfactants in the bulk of the fluids. A

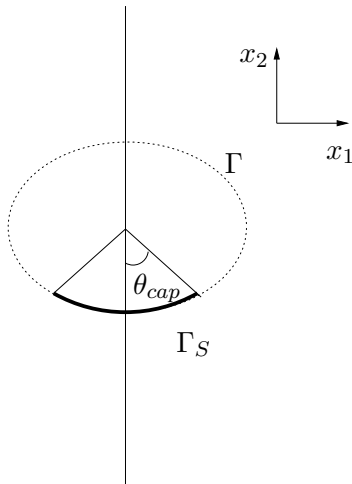


Figure 1: Cross section of a drop with a stagnant cap angle  $\theta_{cap}$  and stagnant cap area  $\Gamma_S$ .

constitutive equation contains models for the adsorption and desorption kinetics to and from the interface. The surface excess concentration on the interface is governed by a surface transport equation. This concentration is then related to the surface tension coefficient by an equation of state. The variations in surface tension cause the alterations in the fluid dynamic behavior, by motion or immobilization of the interface.

In literature, the stagnant cap setting has been studied theoretically for small Reynolds numbers by Savic [38], Griffith [16], Sadhal and Johnson [37], Holbrook and LeVan [24], and Harper [20]. Sadhal and Johnson [37] developed an analytical expression for the drag force in terms of the stagnant cap angle for spherical drops and bubbles at low Reynolds numbers.

The effects of surfactants on the rise of deformable drops by taking Marangoni effects into account have been investigated by Dieter-Kissling et al. [11] and Martin and Blanchette [33]. The full set of equations including bulk and interfacial concentration of surfactants for spherical shaped drops has also been investigated numerically by Wang et al. [40] and Cuenot et al. [8]. The surfactant's influence on the drop dynamics was modeled via the Marangoni effect. While Wang et al. [40] focussed on drop deformation and breakup, Cuenot et al. [8] studied spherical, axis-symmetric bubbles and varying parameters and confirmed the validity of the stagnant cap model as one limiting case.

Li and Mao [32] numerically studied the full set of equations for drops, which are held stationary in a prescribed velocity field. They compare their solution of the full model to the stagnant cap limiting case. Li and Mao conclude that the transition

region between the clean and the contaminated surface area should not be neglected, also because of numerical difficulties arising due to such discontinuous boundary conditions.

McLaughlin [34] simulated deformable bubbles with the stagnant cap model. The Reynolds and Weber number for the simulations were prescribed according to experimental observations, and a corresponding rise velocity was computed, while the drop was fixed to the center of the coordinate system. The corresponding interface conditions for contaminated bubbles (the bubble was treated as void) are given by a zero tangential velocity condition in the stagnant cap region, and a free slip condition in the clean surface area. McLaughlin observed nonphysical behavior for some settings which could be avoided by assuming a “ring” of surfactant rather than a half sphere.

In their numerical studies Leppinen et al. [30] solved the surfactant conservation equation on the interface. They relate the surface tension to the surfactant concentration by Gibbs surface equation of state

$$\gamma = \gamma_0 - T\beta\Gamma$$

with a given parameter  $\beta$ . They fixed the coordinate system to the barycenter of a axis-symmetric, deformable drop or bubble and solved the full set of equations including Marangoni convection.

Fdhila and Duineveld [14] performed experiments as well as simulations of spherical bubbles, where they implemented the boundary conditions of the limiting stagnant cap setting in a drop fixed coordinate system. They found the steady state of the drop acceleration via an iterative procedure such that the drag of the drop corresponds to the rise velocity, and by this procedure enforced Newton’s second law.

Palaparthi et al. [35] and Ramírez-Muñoz [36] performed numerical simulations of spherical bubbles with the stagnant cap model.

While the stagnant cap setting is easier to implement, it has a significant drawback for the simulation of deformable drops: Newton’s second law is not contained in the stagnant cap model. Unless a corresponding kinetic condition is enforced, this will result in nonphysical terminal velocities.

We investigate spherical and deformable single drop, stagnant cap models and their compliance with Newton’s second law in Section 2. Based on this finding we propose and investigate an enhanced model for the simulation of deformable drops with a stagnant cap, which is in compliance with Newton’s second law.

The numerical method to solve the three models (spherical, deformable, and enhanced deformable) is described in Section 3.

In Section 4 we present simulations of the three models, and compare them to the drag correlation of Sadhal and Johnson [37].

All simulations are performed in an axis-symmetric setting with the academic code NAVIER, which has been validated in various single drop flow applications, cf. [4, 27].

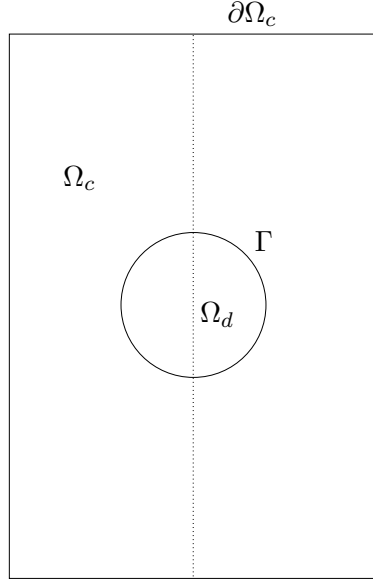


Figure 2: Sketch of geometry

## 2 Spherical and deformable single drops with and without stagnant caps

### 2.1 Single deformable drop model

Consider two viscous, incompressible, Newtonian fluids, one fluid (hereafter called *disperse* phase, occupying region  $\Omega_d \subset \mathbb{R}^n$ ,  $n \in \{2, 3\}$ ) dispersed in a *continuous* second phase, occupying region  $\Omega_c \subset \mathbb{R}^n$ . A sketch of the geometry is given in Figure 2

The dimensionless Navier–Stokes equations are given by

$$\Lambda_j \partial_t \mathbf{u}_j + \Lambda_j (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j - \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \Lambda_j \mathbf{g} \quad \text{in } \Omega_j, \quad (1a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0 \quad \text{in } \Omega_j. \quad (1b)$$

All phase dependent unknowns and parameters are distinguished with a subscript  $j = c$  or  $j = d$  for the continuous and disperse phase respectively. For ease of representation we omit these subscripts wherever unambiguous.  $\Lambda_j := \frac{\rho_j}{\rho_c}$  denotes a density ratio and  $\mathbf{g}$  denotes the acceleration due to gravity. The Cauchy stress tensor  $\boldsymbol{\sigma}_j := \frac{1}{Re_j} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - p \mathbb{I}$  describes the bulk stresses in Newtonian fluids,  $\mathbb{I}$  denotes the identity matrix. Due to the incompressibility condition it holds  $\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \frac{1}{Re_j} \Delta \mathbf{u}_j - \nabla p_j$ . The dimensionless, phase dependent Reynolds number  $Re_j := \frac{U d_p \rho_c}{\mu_j}$  is here defined via the density of the continuous phase, a characteristic velocity scale  $U$  (in our



applications this characteristic velocity scale is in the order of  $U := 0.1 \text{ m/s}$ , the drop diameter  $d_p$ , and the phase dependent viscosity  $\mu_j$ . Choosing  $\varrho_c$  for both Reynolds numbers yields the convenient and easy to implement interface condition (4b) that is introduced below.

For a point  $x_0 \in \Gamma$  and a function  $f := f_c \times f_d$  defined on  $\Omega_c \times \Omega_d$ , we write  $\llbracket f \rrbracket(x_0)$  for the jump across the interface  $\Gamma$ .

$$\llbracket f \rrbracket(x_0) := \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \in \Omega_d}} f_d(x) - \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \in \Omega_c}} f_c(x).$$

The interface  $\Gamma$  is a hypersurface, separating the two immiscible fluids, cf. Figure 2. We will assume throughout this paper that the interface  $\Gamma$  is sufficiently smooth, and that in every point of the interface  $\mathbf{x}_0 \in \Gamma$  the  $(n - 1)$ -dimensional tangential plane is well defined as the span of linearly independent unit tangential vectors  $\boldsymbol{\tau}_i \in \mathbb{R}^n, i = 1, \dots, n - 1$ . We choose the normal vector  $\mathbf{n}_\Gamma$  to point from  $\Omega_d$  to  $\Omega_c$ .

The surface gradient of a smooth function  $f$  on a  $m$ -dimensional surface is defined as

$$\nabla_\Gamma f(x_0) := \sum_{i=1}^m \partial_{\boldsymbol{\tau}_i} f(x_0) \boldsymbol{\tau}_i = \nabla f(x_0) - (\mathbf{n}_\Gamma \cdot \nabla f(x_0)) \mathbf{n}_\Gamma = \mathbb{I}_\Gamma(\nabla f(x_0)) \quad (2)$$

where  $\mathbb{I}_\Gamma := \mathbb{I} - (\mathbf{n}_\Gamma \otimes \mathbf{n}_\Gamma)$  is the projection on the tangential plane in the point  $\mathbf{x}_0$ . The surface divergence for a vector valued function  $\mathbf{f}$  is defined as

$$\text{div}_\Gamma \mathbf{f}(x_0) := \sum_{i=1}^m \partial_{\boldsymbol{\tau}_i} \mathbf{f}(x_0) \cdot \boldsymbol{\tau}_i = \text{tr}(\nabla_\Gamma \mathbf{f}(x_0)). \quad (3)$$

Neglecting interfacial viscosity, and only taking interfacial tension into account, the interface conditions for a single deformable drop are given by

$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = 0 \quad \text{on } \Gamma, \quad (4a)$$

$$\llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma \rrbracket = \frac{1}{\text{We}} \text{div}_\Gamma (\gamma \mathbb{I}_\Gamma) \quad \text{on } \Gamma, \quad (4b)$$

$$\mathbf{u}_\Gamma = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma) \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma. \quad (4c)$$

Eq. (4a) states continuity of the velocity across the interface (the *no-slip* condition). Eq. (4b) characterizes the jump of stresses at the interface. The surface forces are given by  $\gamma \mathbb{I}_\Gamma$ , where  $\gamma$  is the scalar surface tension coefficient. At this point, we impose no assumption whatsoever on the surface tension  $\gamma$ , except that it should be sufficiently smooth. Then the following purely algebraic transformation is valid:

$$\text{div}_\Gamma (\gamma \mathbb{I}_\Gamma) = -\gamma \kappa \mathbf{n}_\Gamma + \nabla_\Gamma \gamma, \quad (5)$$

where  $\kappa$  is the sum of the principal curvatures with the convention  $\kappa > 0$  if  $\Omega_d$  is convex. Using this equality, the stress balance (4b) is often expressed by

$$\llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma \rrbracket = \frac{1}{\text{We}} (-\gamma \kappa \mathbf{n}_\Gamma + \nabla_\Gamma \gamma) \quad \text{on } \Gamma. \quad (4b^*)$$

We  $:= \frac{\rho_c L U^2}{\gamma_0}$  is the Weber number, defined with a reference surface tension  $\gamma_0$ . Eq. (4c) is called kinematic condition, expressing that  $\Gamma$  is a *material* interface, deforming according to the normal component of the velocity  $\mathbf{u}_\Gamma$ .

The above system is complemented by suitable initial and boundary conditions.

For a detailed derivation and discussion of the interface conditions in two-phase flows see for example Gurtin [18], Deen [10], Gross and Reusken [17], and Scriven [39].

## 2.2 Kinetic condition for single deformable drop

The acceleration acting on a fluid drop equals the acceleration of a particle of the same mass, attached to the barycenter  $\mathbf{x}_b(t)$  of the drop, cf. Gurtin [18], where

$$\mathbf{x}_b(t) := \int_{\Omega_d} \mathbf{x} \, d\Omega. \quad (6)$$

Applying Reynolds transport theorem to (6), we find an expression for the acceleration of the barycenter:

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) = \frac{d^2}{dt^2} \int_{\Omega_d} \mathbf{x} \, d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_d} \mathbf{u}_d \, d\Omega = \int_{\Omega_d} \partial_t \mathbf{u}_d + (\mathbf{u}_d \cdot \nabla) \mathbf{u}_d \, d\Omega. \quad (7)$$

Now consider Newton's second law which expresses the equality of the acceleration of a body and the force density. In the case of a fluid drop, two different types of forces are present: *Volume forces* and forces exerted on the boundary *by its environment*, which are expressed via the outer stress tensor  $\boldsymbol{\sigma}_c$ , cf. Gurtin [18] or Lifschitz [28]. We denote the acceleration on the drop according to Newton's second law by  $a(t)$ :

$$a(t) := \frac{1}{|\Omega_d|} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g}. \quad (8)$$

**Lemma 2.1.** *Assume that the surface tension coefficient  $\gamma$  is continuous and differentiable on  $\Gamma$ , then the model (1) with interface conditions (4) is in compliance with Newton's second law, by which we mean that*

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) = a(t). \quad (9)$$

$a(t)$  is defined in (8) and  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t)$  is defined in (7).

*Proof.* We start with Eq. (7). Inserting (1a) gives

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) = \int_{\Omega_d} \partial_t \mathbf{u}_d + (\mathbf{u}_d \cdot \nabla) \mathbf{u}_d \, d\Omega = \frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \int_{\Omega_d} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_d + \mathbf{g}. \quad (10)$$

Gauss theorem now yields

$$\int_{\Omega_d} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_d = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_d \mathbf{n}_{\Gamma} \, d\Gamma. \quad (11)$$

Adding and subtracting  $\boldsymbol{\sigma}_c$  then gives:

$$\int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_d \mathbf{n}_{\Gamma} \, d\Gamma = - \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_{\Gamma} \, d\Gamma. \quad (12)$$

Inserting Eqs. (12) and (11) into (10) yields

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_b(t) &= \frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \left( - \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_{\Gamma} \, d\Gamma \right) + \mathbf{g} \\ &= - \frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma + a(t) \end{aligned} \quad (13)$$

From (4b) we know that

$$\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma = \frac{1}{\operatorname{We}} \int_{\Gamma} \operatorname{div}_{\Gamma} (\gamma \mathbb{I}_{\Gamma}) \, d\Gamma. \quad (14)$$

In order to simplify this surface integral, we note that for a continuous and differentiable vector field  $\mathbf{f}$  defined on a surface  $\Gamma$  Gauss theorem on surfaces reads:

$$\int_{\Gamma} \operatorname{div}_{\Gamma} \mathbf{f} \, d\Gamma = \int_{\partial\Gamma} \mathbf{f} \cdot \mathbf{m} \, d\Gamma - \int_{\Gamma} \mathbf{f} \cdot \kappa \mathbf{n}_{\Gamma} \, d\Gamma \quad (15)$$

where  $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$  in a point  $\mathbf{x} \in \partial\Gamma$  is the outer normal vector on  $\Gamma$ , lying in the tangential plane of  $\Gamma$ , thus  $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}_{\Gamma}$ , cf. Figure 3. In our case of a fluid drop, the interface  $\Gamma$  is closed, resulting in  $\partial\Gamma = \emptyset$ . Furthermore, since  $\gamma \mathbb{I}_{\Gamma}$  is a tangential vector field

$$\gamma \mathbb{I}_{\Gamma}(\mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n}_{\Gamma} = 0. \quad (16)$$

Therefore, with Gauss theorem on surfaces we obtain

$$\int_{\Gamma} \operatorname{div}_{\Gamma} (\gamma \mathbb{I}_{\Gamma}) \, d\Gamma = 0. \quad (17)$$

and Eq. (14) gives

$$\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma = 0 \quad (18)$$

Inserting (18) and (11) into (10) gives

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) = \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_{\Gamma} + \mathbf{g} = a(t), \quad (19)$$

which concludes the proof.  $\square$

It may seem self-evident that any model describing single drop flow should fulfill Eq. (9), i.e. be in compliance with Newton's second law. Special cases are for example rigid particles (cf. Newton–Euler equations for rigid particles (6)), where Equation (8) is explicitly added to those models as an additional condition.

In anticipation of a model which does not fulfill the compatibility condition Eq. (9), and with Eq. (13) we define

$$F_{\gamma} := \ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t) = -\frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma. \quad (20)$$

$F_{\gamma}$  may be understood as the "deviance" to Newton's second law. For a model to be feasible and in compliance with Newton's second law it is according to Lemma 2.1 necessary that  $F_{\gamma} = 0$ . If this condition is violated and nonzero  $F_{\gamma}$  is observed, the corresponding simulation does not depict a correct kinematic description of the drop. With this observation we can also use  $F_{\gamma}$  as an indicator of a model's compliance with Newton's second law.

### 2.3 Stagnant cap model

Before investigating the compliance of the stagnant cap model with Newton's second law, we shortly review the derivation of the stagnant cap model: The distribution of a surfactant on the interface  $\Gamma$  with surface-excess concentration  $S$  is governed by the surface balance equation (see Leal (29), Levich (31), Edwards et al. (13)):

$$\partial_t S + \operatorname{div}_{\Gamma} (VS) + S \kappa \mathbf{n}_{\Gamma} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma}) - \frac{1}{\operatorname{Pe}_{\Gamma}} \Delta_{\Gamma} S = j \cdot \mathbf{n}_{\Gamma}, \quad \text{on } \Gamma \quad (21)$$

where  $j \cdot \mathbf{n}_{\Gamma}$  describes the net flux of surfactant to the interface from the bulk phases. The second and third term on the left hand side describe convection and dilution respectively (cf. Leal (29)),  $V := \mathbb{I}_{\Gamma} \mathbf{u}$  is the tangential velocity on the interface. The surface Péclet number  $\operatorname{Pe}_{\Gamma} := \frac{U d_p}{D_{\Gamma}}$  is defined with the velocity scale  $U$ , the equivalent

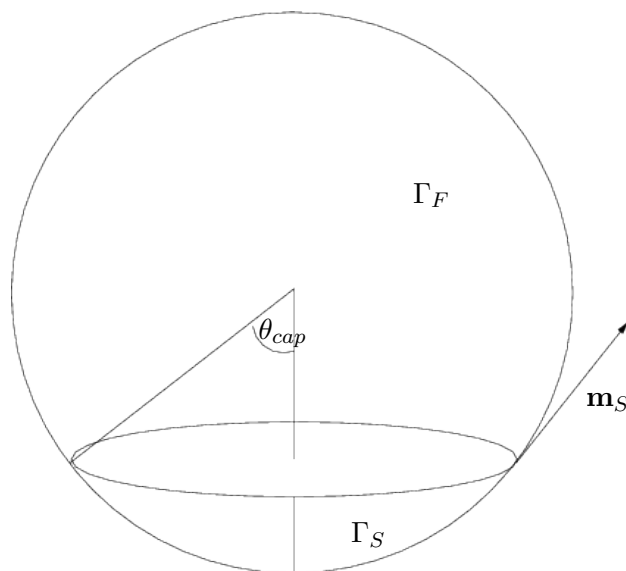


Figure 3: Sketch of drop in the stagnant cap setting

drop diameter  $d_p$ , and the surface diffusion coefficient  $D_\Gamma$ . The surface Laplacian  $\Delta_\Gamma$  is defined according to (2) and (3) as  $\Delta_\Gamma S := \operatorname{div}_\Gamma \nabla_\Gamma S$ .

The full model of deformable, single drops with surfactants incorporates the sorption kinetics in Eq. (21) via a constitutive equation. Additionally, the transport of surfactant in the bulk phases is modelled by a convection diffusion equation. The surface tension is depending on the surfactant concentration via another equation of state, which has the general form

$$\gamma = \gamma(S) \quad (22)$$

and will be specified depending on the respective application. The surfactant transport is then solved in concert with the governing equations of a single, deformable drop, Eqs. (1) and (4). The significant influence of the surfactant concentration on the momentum balance is expressed in the interface condition (4b) (or equivalently (4b\*)) in combination with the equation of state (22), where a variable surface tension coefficient induces tangential flow, known as the Marangoni effect.

Under the feasible assumption that the interfacial tension is continuous and differentiable in this full model, Lemma 2.1 is equally valid for the full model of single, deformable drops with surfactants, meaning that this model is in compliance with Newton's second law.

The full model requires knowledge of a multitude of parameters like initial bulk concentration, sorption kinetics, the relation of surfactant and surface tension, and

diffusion coefficients. This multitude of relevant parameters in combination with the surfactant balance equation significantly increases the complexity of the full model. Not only to reduce this complexity, but also to better understand the driving forces which act on single drops due to the presence of surfactants, reduced models have been proposed. One well-known model is the stagnant cap model that is obtained via the following assumptions.

- Stationary case, i.e.  $\partial_t S = 0$  and  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0$ ;
- Negligible net flux, i.e.  $j \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0$ ;
- The surfactant transport is dominated by convection, i.e.  $Pe_\Gamma \gg 1$ ;

With these assumptions, the balance of surfactant is described by

$$\operatorname{div}_\Gamma (VS) = 0 \text{ on } \Gamma. \tag{23}$$

This setting is known as the limiting case of a *stagnant cap* cf. Savic [38], Griffith [16], Davis and Acrivos [9], Harper [19–21], Sadhal and Johnson [37], He et al. [22], Cuenot et al. [8], Leal [29], Mc Laughlin [34], Fdhila and Duineveld [14], or Palaparthi et al. [35]. In the stagnant cap setting, the dominating surface convection transports the surfactant to the downstream area of the drop, resulting in a high surfactant concentration in the rear part of the drop and a low surfactant concentration in the upstream area. According to the high Péclet number, the thickness of the transition region is negligible and the surface is divided into two parts. A *mobile/clean* upstream part  $\Gamma_F$ , and a *immobile/surfactant covered* downstream part  $\Gamma_S$ . In a rotational symmetric setting the two parts of the interface are described via the stagnant cap angle  $\theta_{cap}$  according to Figure 1.

$$\Gamma_S := \left\{ \mathbf{x} \in \Gamma : \arccos \left( \frac{-y}{|\mathbf{x}|} \right) \leq \theta_{cap} \right\}, \quad |\mathbf{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}. \tag{24}$$

With the boundary conditions

- $V = 0$  in the stagnation points
- $S = 0$  in the front stagnation point

a solution to (23) is given by

$$V = 0 \text{ on } \Gamma_S, \quad S = 0 \text{ on } \Gamma_F. \tag{25}$$

In the stagnant cap model the flow field in the stagnant cap area  $\Gamma_S$  ( $\theta \leq \theta_{cap}$ ) is immobilized in tangential direction. In the mobile interfacial area  $\Gamma_F$ , the surfactant concentration vanishes,  $S = 0$ , and the tangential velocity  $V$  is generally nonzero.

In the corresponding variational formulation, the vanishing tangential velocity corresponds to the funiton space

$$\mathcal{V}_\tau := \left\{ \mathbf{f} \in \mathcal{H}^1 \mid \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad \text{on } \Gamma_S \right\}, \quad (26)$$

where  $\mathcal{H}^1$  is the Sobolev space of weakly differentiable, square Lebesgue integrable functions. Functions that fulfill the tangential immobility condition will be contained in the space  $\mathcal{V}_\tau$ . In the variational formulation, the test function space is chosen accordingly, and all test functions fulfill  $\phi \in \mathcal{V}_\tau$ . Testing the equation (4b) with  $\phi \in \mathcal{V}_\tau$  will annihilate the tangential stresses, as they are orthogonal to the test functions. Consequently, the shear stress balance is not contained in the variational formulation.

With the interfacial tension depending on the yet unknown surfactant concentration  $S$ :

$$\gamma(S = 0) := \gamma_0 \text{ on } \Gamma_F, \quad \text{and } \gamma = \gamma(S) \text{ on } \Gamma_S, \quad (27)$$

the transient equations for the deformable drop with a prescribed (and fixed) stagnant cap angle  $\theta_{cap}$  are given by the Navier–Stokes equations in the bulk fluids

$$\Lambda_j \partial_t \mathbf{u}_j + \Lambda_j (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j - \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \Lambda_j \mathbf{g} \quad \text{in } \Omega_j, \quad (1a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0 \quad \text{in } \Omega_j. \quad (1b)$$

accompanied by the interface conditions (note that  $\nabla_\Gamma \gamma_0 = 0$  for constant  $\gamma_0$ )

$$[[\mathbf{u}]] = 0 \quad \text{on } \Gamma_F, \quad (28a)$$

$$[[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] = -\frac{1}{\operatorname{We}} \gamma_0 \kappa \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma_F, \quad (28b)$$

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad \text{on } \Gamma_S, \quad (28c)$$

$$[[\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma]] = 0 \quad \text{on } \Gamma_S, \quad (28d)$$

$$[[(\mathbf{n}_\Gamma \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma) \mathbf{n}_\Gamma]] = -\frac{1}{\operatorname{We}} \gamma(S) \kappa \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma_S, \quad (28e)$$

$$\mathbf{u}_\Gamma = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma) \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma. \quad (28f)$$

The stagnant cap setting is describing a steady state, as was stated in the assumptions for the stagnant cap model. In the subsequent investigations we are therefore only interested in the stationary state of the above transient equations, for which  $\partial_t \mathbf{u} = 0$  and  $\mathbf{u}_\Gamma = 0$  will hold.

In the stagnant cap model, the remaining unknown is the surfactant dependent interfacial tension  $\gamma(S)$  in Eq. (28e). For the moment, we do not impose any restrictions on  $\gamma(S)$ , and investigate the general model. Once the pair  $(\mathbf{u}, p)$  and the location of the interface is determined at steady state for equations (1) and (28), the distribution

of surfactant could be obtained a posteriori by an approach proposed by Sadhal and Johnson [37]:

Once a solution  $(\mathbf{u}, p)$  is obtained, we can determine the jump in the shear stress balance  $[[\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]]$ . If we relate this jump to the interfacial tension gradient as would be valid in the model for a clean interface, we obtain:

$$[[\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] = \frac{1}{\text{We}} \partial_\tau \gamma(S) \quad \text{on } \Gamma. \quad (29)$$

This relation allows one to determine the interfacial tension along the interface in the stagnant cap area. If furthermore the equation of state correlating interfacial tension and surfactant concentration is known, then the amount of surfactant and its distribution along the interface may be determined.

## 2.4 Kinetic condition for stagnant cap

In our initial numerical study of the above stagnant cap model for deformable drops, we found a violation of Eq. (9). In this chapter we would like to discuss this observation. We are therefore interested in the compliance of the equations (1) and (28) with Newton's second law. We mimic the approach from Lemma 2.1 and - for the moment - just write  $\gamma(S)$ .

Recall from the proof of Lemma 2.1, Eq. (13),

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_b(t) &= \frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \left( - \int_\Gamma [[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] \, d\Gamma + \int_\Gamma \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma \right) + \mathbf{g} \\ &= - \frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \int_\Gamma [[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] \, d\Gamma + a(t). \end{aligned} \quad (30)$$

Therefore, the deformable stagnant cap model fulfills the compatibility conditions, Eq. (9) (or alternatively  $F_\gamma = 0$ ), if  $\int_\Gamma [[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] \, d\Gamma = 0$ . Let us investigate the kinetic condition for two cases: *continuous and differentiable* interfacial tension, and *discontinuous* interfacial tension.

**Differentiable interfacial tension** Assume that the interface  $\Gamma$  is spanned by  $m$  tangential vectors  $\tau_1, \dots, \tau_m$ . For the deformable stagnant cap model with the interface



conditions (28) we derive (using the algebraic identity (5)):

$$\begin{aligned}
 \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma &= \int_{\Gamma_F} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket \, d\Gamma + \int_{\Gamma_S} \llbracket (\mathbf{n}_{\Gamma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma \\
 &= \int_{\Gamma_F} \operatorname{div}_{\Gamma} (\gamma_0 \mathbb{I}_{\Gamma}) \, d\Gamma + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket \, d\Gamma \\
 &\quad + \int_{\Gamma_S} \operatorname{div}_{\Gamma} (\gamma(S) \mathbb{I}_{\Gamma}) \, d\Gamma - \int_{\Gamma_S} \nabla_{\Gamma} \gamma(S) \, d\Gamma.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Since we assume that the interfacial tension is continuous and differentiable along the interface  $\Gamma$ , two terms in Eq. (31) vanish (recall Eq. (15)) and we obtain

$$\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma = \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket \, d\Gamma - \int_{\Gamma_S} \nabla_{\Gamma} \gamma(S) \, d\Gamma.$$

Since no information is contained in model (1) with (28) on the shear stress balance, a decision on whether

$$\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket \, d\Gamma \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{or equivalently} \quad F_{\gamma} \stackrel{?}{=} 0 \tag{32}$$

holds or not is not determined by the model. Model (1) with (28) may or may not be in compliance with Newton's second law.

**Discontinuous interfacial tension** We have assumed throughout, that all functions and domains are sufficiently smooth, such that certain transformations like the divergence theorem can be applied. In literature, also discontinuous surfactant distributions have been discussed, i.e. Huang and Kintner (25) proposed a stagnant cap surfactant distribution, where in the stagnant cap area a constant, maximal surfactant concentration is observed, and in the free surface area no surfactant is present, resulting in a step function of surfactant concentration on the interface. So for this paragraph only, assume that interfacial tension is given by a stepfunction of the form

$$\gamma(\theta) = \begin{cases} \gamma_0 & \text{if } \theta \geq \theta_{cap}, \\ \gamma_S & \text{if } \theta \leq \theta_{cap}. \end{cases}$$

where the transition region between  $\Gamma_F$  and  $\Gamma_S$  is neglected, and  $\gamma_S \neq \gamma_0$ . Furthermore, assume interfacial conditions of the form (28), inserting  $\gamma(S) := \gamma_S = \text{const.}$ . The

resulting forces on the drop are then given by

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket d\Gamma &= \int_{\Gamma_F} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket d\Gamma + \int_{\Gamma_S} \llbracket (\mathbf{n}_{\Gamma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket d\Gamma + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket d\Gamma \\
&= \int_{\Gamma_F} -\frac{1}{\text{We}} \gamma_0 \kappa \mathbf{n}_{\Gamma} d\Gamma + \int_{\Gamma_S} -\frac{1}{\text{We}} \gamma_S \kappa \mathbf{n}_{\Gamma} d\Gamma + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket d\Gamma \quad (33) \\
&= \int_{\partial \Gamma_S} (\gamma_S - \gamma_0) \mathbf{m}_S ds + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_S} \llbracket (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma}) \boldsymbol{\tau}_i \rrbracket d\Gamma
\end{aligned}$$

where we used  $\nabla_{\Gamma} \gamma_S = 0 = \nabla_{\Gamma} \gamma_0$  and Gauss theorem on surfaces.

Again, model (1) with (28) does not “control” the shear stress balance and a decision on whether

$$\int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{\Gamma} \rrbracket d\Gamma \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{or equivalently} \quad F_{\gamma} \stackrel{?}{=} 0 \quad (34)$$

holds or not cannot be made. Model (1) with (28) and discontinuous interfacial tension may or may not be in compliance with Newton's second law.

The above investigations prove the following lemma

**Lemma 2.2.** *For the stagnant cap setting with differentiable surface tension, or with discontinuous surface tension, the model (1) with (28) does not contain Newton's second law, and may or may not fulfill the kinetic condition*

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) \stackrel{?}{=} a(t) \quad \text{or equivalently} \quad F_{\gamma} \stackrel{?}{=} 0.$$

## 2.5 Spherical stagnant cap model

Drops maintain spherical shape if inertia and viscous forces are small compared to surface tension forces. Such a setting corresponds to a small Weber number ( $\text{We} = \frac{\rho_c L U^2}{\gamma_0}$ ) and Capillary number ( $\text{Ca} = \frac{\mu_c U}{\gamma_0}$ ), cf. Palaparthi et al. [35].

Numerical simulations can be significantly simplified, if the assumption of sphericity is included into the model a-priori. Maintaining spherical shape corresponds to an additional velocity interface condition: vanishing normal traces

$$\mathbf{u}_c \cdot \mathbf{n}_{\Gamma} = 0 = \mathbf{u}_d \cdot \mathbf{n}_{\Gamma} \quad \text{on } \Gamma.$$

Another consequence of the assumption of sphericity is that the stress balance at the interface is prescribed solely in tangential direction.

The model for spherical drops without the stagnant cap setting is given by

$$\Lambda_j \partial_t \mathbf{u}_j + \Lambda_j (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j - \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \Lambda_j \mathbf{g} \quad \text{in } \Omega_j, j \in \{c, d\}, \quad (1a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0 \quad \text{in } \Omega_j, j \in \{c, d\}. \quad (1b)$$

And the interface conditions for a spherical drop are given by

$$[[\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}]] = 0 \quad \text{on } \Gamma, \quad (35a)$$

$$\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \dot{\mathbf{x}}_b(t) \cdot \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma, j \in \{c, d\}, \quad (35b)$$

$$[[\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] = \nabla_\Gamma \gamma \quad \text{on } \Gamma. \quad (35c)$$

Incorporating the spherical cap assumptions (25) and (27) into the spherical drop model results in the interface condition

$$\mathbf{u}_c = \dot{\mathbf{x}}_b(t) = \mathbf{u}_d \quad \text{on } \Gamma_S. \quad (36)$$

With the stress balance for spherical drops and with  $S = 0$  on  $\Gamma_F$  ( $\gamma = \text{const.}$  on  $\Gamma_F$ ) the interface conditions for spherical drops with a stagnant cap simplify to

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = \dot{\mathbf{x}}_b(t) \cdot \mathbf{n}_\Gamma \quad \text{on } \Gamma_F, \quad (37a)$$

$$[[\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}]] = 0 \quad \text{on } \Gamma_F, \quad (37b)$$

$$[[\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma]] = 0 \quad \text{on } \Gamma, \quad (37c)$$

$$\mathbf{u} = \dot{\mathbf{x}}_b(t) \quad \text{on } \Gamma_S. \quad (37d)$$

Similarly to model (28) the model for spherical drops (35) and for spherical stagnant caps (37) do not prescribe the full stress jump. Therefore, both models do not imply Newton's second law.

In the cases of rigid spherical particles, spherical drops and spherical stagnant caps Newton's second law is added to the model in terms of an additional constraint by setting

$$\ddot{\mathbf{x}}_b(t) := a(t) = \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g},$$

which in fact enforces  $F_\gamma = 0$ . We will comment on the implementation of this constraint in Section 3.3. However, for the deformable drop model (28) the above approach is not applicable.

## 2.6 Enhanced model for deformable drops with a stagnant cap

Let us recall that  $F_\gamma$  is an indicator of a models compliance with Newton's second law: If  $F_\gamma = 0$  then Newton's second law is fulfilled, if  $F_\gamma \neq 0$ , then Newton's second law is not fulfilled, and corresponding simulation results would be erroneous.

Before we proceed to the results section where we present simulations for models where the above condition is fulfilled as well as a deformable stagnant cap simulation where  $F_\gamma \neq 0$  is observed, we would like to consider the following enhanced stagnant cap model for deformable drops. We hope that the enhanced model illustrates that  $F_\gamma$  is not only an indicator of a models compliance with Newton's second law, but can also be used as a quantitative measurement of the deviance and allows us to correct - at least for the steady state - the otherwise deficient model.

To do so, we determine an equivalent volume force density

$$F_{\gamma, \Omega_d} := \frac{1}{|\Omega_d|} F_\gamma,$$

and add it to the right-hand side of the balance of linear momentum.

We choose to use the equivalent volume force, as in the stagnant cap region the tangential immobility constraints the velocity  $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$  on  $\Gamma_S$  in form of a Dirichlet condition. Consequently, no further boundary condition can be imposed on those degrees of freedom and the natural choice of adding the force  $F_\gamma$  as a Neumann boundary condition on  $\partial\Gamma_S$  is not applicable.

$$\Lambda_j \partial_t \mathbf{u}_j + \Lambda_j (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j - \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \Lambda_j \mathbf{g} + \chi_d F_{\gamma, \Omega_d} \quad \text{in } \Omega_j, \quad (38a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0 \quad \text{in } \Omega_j. \quad (38b)$$

with the characteristic function

$$\chi_d(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d, \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_c. \end{cases}$$

The interface conditions are still given by (28). Now, by design, this model is in compliance with Newton's second law and  $F_\gamma = 0$  holds:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_b(t) &= \int_{\Omega_d} \partial_t \mathbf{u}_d + (\mathbf{u}_d \cdot \nabla) \mathbf{u}_d \, d\Omega = \frac{1}{|\Omega_d|} \Lambda_d \int_{\Omega_d} (\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_d + \Lambda_d \mathbf{g} + F_{\gamma, \Omega_d}) \, d\Omega = \\ &= \frac{1}{|\Omega_d|} \Lambda_d \left( - \int_{\Gamma} \llbracket \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma \rrbracket \, d\Gamma + F_\gamma \right) + \frac{1}{|\Omega_d|} \Lambda_d \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g} \\ &= \frac{1}{|\Omega_d|} \Lambda_d \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g} = a(t). \end{aligned} \quad (39)$$

We will illustrate the effects of the above choice in Section 4.

### 3 Numerical method

The simulations of the two-phase flow problem have been performed with the finite element code NAVIER, a software package for the simulation of one-phase flows with a capillary surface [1, 2, 23] and two-phase flows with a (possibly) deforming interface [3, 27]. A validation and application for single drop flows in different test settings has been presented in Bäuml er et al. [4] and Bäeuml er [3].

The model of the spherical or deformable single drop with a stagnant cap is identical to the model of fluid drops except for the interface conditions. This is reflected in the numerical procedure, where for each setting only the respective interface conditions are adjusted and the enhanced model additionally accounts for a volume force. The basic features of the software NAVIER are a

- spatial discretization with the  $\mathcal{P}_2 - \mathcal{P}_1$  Taylor–Hood stable finite element pair,
- time discretization with the fractional–step– $\theta$  scheme in an operator splitting variant, cf. Bristeau et al. [5].

For the presented simulations, we assume an axis–symmetric flow field. The presence of a capillary surface or interface requires additional functionality of the software like

- the use of an aligned mesh method, where edges of the triangulation coincide with the discrete interface at all times [27]. Due to the resulting deformation of the computational grid, an ALE method is applied [12, 15, 26].
- an explicit, variational formulation of the surface stresses on the deformable interface [1].
- the subspace projection method [27] for the implementation of the interface conditions in the two–phase flow problems. All details on the corresponding implementation, including the implementation of the flux boundary conditions [4], [28b], or [37c] are described in Bäuml er and Bänsch [27] and Bäuml er [3].
- One of the underlying assumptions of the stagnant cap model is that the interfacial immobility is observed at steady state, and the stagnant cap develops during the acceleration of the drop. In our numerical setting we therefore solve the transient equations with the sole purpose of reaching steady state. Consequently, we will only present result from the steady state of the stagnant cap simulations.

#### 3.1 Navier–Stokes equations in a moving reference frame

To keep mesh distortion at a minimum (and thus being able to apply the aligned mesh method) we perform the simulations in an accelerated coordinate system, which we

will fix to the center of the drop. To this end, we consider the acceleration  $\ddot{\mathbf{s}}(t)$  of the coordinate system. If the coordinate system is accelerated according to the barycenter of the buoyant drop, i.e.  $\ddot{\mathbf{s}}(t) = \ddot{\mathbf{x}}_b(t)$ , then the drop will maintain its position in the origin of the moving reference frame, and mesh distortion is significantly reduced.

The acceleration of the coordinate system is combined with a transformation of the velocity field: we set  $\hat{\mathbf{u}} := \mathbf{u} - \dot{\mathbf{s}}(t)$ . Both, the transformation of the velocity, and the acceleration of the coordinate system, are accounted for in the governing equations, and result in an additional acceleration term on the right-hand side of the balance of linear momentum [3, 30, 41]. The transformed Newtonian stress is not altered by this transformation, and we have

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}, \tag{40}$$

since the spatial differential operators are not altered ( $\nabla u = \nabla \hat{u}$ ).

For ease of presentation we omit the hats and write the equations of a fluid drop (deformable or spherical) in a drop-fixed coordinate system as

$$\Lambda_j \partial_t \mathbf{u}_j + \Lambda_j (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j - \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_j = \Lambda_j (\mathbf{g} - \ddot{\mathbf{s}}(t)) \quad \text{in } \Omega_j, \tag{41a}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0 \quad \text{in } \Omega_j. \tag{41b}$$

Accordingly, the bulk equation for the enhanced model [38] are transformed to the moving reference frame. For the deformable drop the interface conditions remain unchanged and are given by [4] and [28] respectively.

In the case of a spherical drop in a moving reference frame, the interface conditions change from [37] to

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_\Gamma = 0 \quad \text{on } \Gamma_F, \tag{42a}$$

$$\llbracket \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau} \rrbracket = 0 \quad \text{on } \Gamma_F, \tag{42b}$$

$$\llbracket \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\Gamma \rrbracket = 0 \quad \text{on } \Gamma_F, \tag{42c}$$

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{on } \Gamma_S. \tag{42d}$$

Newton's second law describes the acceleration of the fluid drop in the original coordinate system, and with [40]:

$$a(t) = \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g} \tag{8}$$

### 3.2 Numerical treatment of interfacial tension

In this study we are interested in the connection of the various interface conditions and their compliance with Newton's second law. We approximate the interfacial tension

coefficient by the first order approximation

$$\gamma(S) = \gamma(S = 0) = \gamma_0.$$

This approximation will be used in the normal stress balance at the interface of deformable drops in the stagnant cap area (for spherical drops, the normal stress balance is not part of the model). As will be seen in the simulations, this simple setting is already very illustrative concerning the kinetic description of the single drops.

### 3.3 Overall procedure for spherical drops

**Procedure SPHER** At time step  $t^n$ , assume the variables  $\mathbf{u}^n, \ddot{\mathbf{s}}(t)^n$  to be given.

1. Solve equations (41) with interface conditions (42) as described in Bäumlér and Bänisch (27). Treat the right-hand side of (41) explicitly, by adding the acceleration  $\ddot{\mathbf{s}}(t^n)$ .

2. With the velocity and pressure at time step  $t^{n+1}$  set

$$\ddot{\mathbf{s}}(t^{n+1}) := \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g}$$

Since the mesh is fixed in time for spherical drops, this procedure ensures that the barycenter of the drop  $\mathbf{x}_b(t)$  - which is forced to remain at the origin of the accelerated coordinate system - is accelerated according to  $\mathbf{x}_b(t^n) = \ddot{\mathbf{s}}(t^{n+1}) = \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g} = a(t)$ . Therefore, the above procedure incorporates Newton's second law into the equations. Simulations of spherical drops with a stagnant cap, obtained with Procedure SPHER have been presented in Bäumlér and Bänisch (27).

### 3.4 Overall procedure for deformable drops

**Procedure DEF1**

At time step  $t^n$ , assume the variables  $\mathbf{u}^n, \ddot{\mathbf{s}}(t)^n$  to be given. For the original model a first option is to

1. solve equations (41) with interface conditions (28) as described in Bäumlér and Bänisch (27). Treat the right-hand side of (41) explicitly, by adding the acceleration  $\ddot{\mathbf{s}}(t^n)$ . Determine the location of the interface at time step  $t^{n+1}$  as described in (2).

2. With the velocity at time step  $t^{n+1}$  set

$$\mathbf{s}(t^{n+1}) := \dot{\mathbf{x}}_b(t^{n+1}) = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_d} \mathbf{u} \, d\Omega$$

according to (7).

From Lemma 2.1 we know that this procedure does not enforce a compliance with Newton's second law. On the other hand, the coordinate system is accelerated according to the acceleration of the buoyant drop. Therefore, the drop will maintain its position at the origin of the moving reference frame.

### Procedure DEF2

Alternatively,

1. solve equations (41) with interface conditions (28) as described in Bäumler and Bänsch (27). Treat the right-hand side of (41) explicitly, by adding the acceleration  $\ddot{\mathbf{s}}(t^n)$ . Determine the location of the interface at time step  $t^{n+1}$  as described in (2).
2. With the velocity at time step  $t^{n+1}$  set

$$\ddot{\mathbf{s}}(t^{n+1}) := \frac{1}{|\Omega_d| \Lambda_d} \int_{\partial\Omega_d} \boldsymbol{\sigma}_c \mathbf{n}_\Gamma \, d\Gamma + \mathbf{g}$$

according to (8).

This procedure enforces an acceleration of the coordinate system according to Newton's second law. On the other hand, the transformation of the moving reference frame now might not be consistent with the displacement of the drop barycenter, since Lemma 2.2 revealed, that  $\dot{\mathbf{x}}_b(t^{n+1}) \neq \mathbf{a}(t^{n+1}) = \ddot{\mathbf{s}}(t^{n+1})$  is indeed possible.

This procedure may result in a setting, where the coordinate system is not fixed to the barycenter of the drop. In our numerical experiments, we observed this behavior: see Figure 4. This demonstrates that Procedure DEF2 does not ensure the compatibility condition (9). Our numerical method was not capable of dealing with the resulting strong mesh deformation, and those simulations failed. Therefore, results from Procedure DEF2 will not be presented.



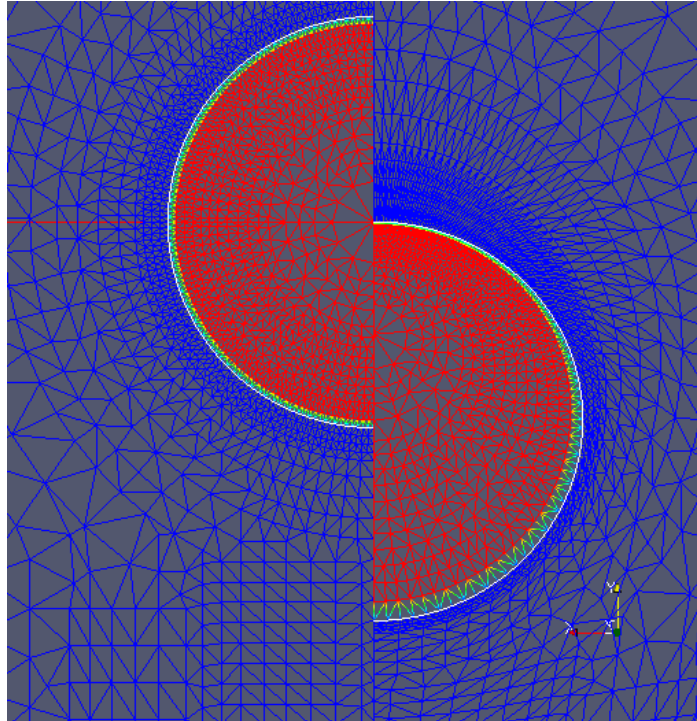


Figure 4: Setting DEF2: The left side depicts the initial state, the right side of the figure displays the last time-step of a 2 mm toluene drop simulation in water. This simulation confirms that  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t^{n+1}) \neq a(t^{n+1})$ , i.e. the coordinate system acceleration deviates from the drop acceleration. This results in a dislocation of the drop barycenter from the origin of the coordinate system.

### Procedure DEF3

For the revised model

1. solve equations (38) with interface conditions (28) as described in Bäumler and Bänsch (27). Treat the right-hand side of (41) explicitly, by adding the acceleration  $\ddot{\mathbf{s}}(t^n)$ . Determine the location of the interface at time step  $t^{n+1}$  as described in (2).
2. With the velocity at time step  $t^{n+1}$  set

$$\ddot{\mathbf{s}}(t^{n+1}) := \ddot{\mathbf{x}}_b(t^{n+1}) = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_d} \mathbf{u} \, d\Omega$$

according to (7).

This procedure is both numerically stable (the coordinate system is accelerated with the barycenter of the drop, and mesh distortion is significantly reduced), and correctly depicts the steady state of the deformable drops according to Newton's second law, as we showed in Eq. (39).

## 4 Numerical results and discussion

In Section (2) we investigated the mathematical models for different single drop models with regard to their compliance with Newton's second law. In this chapter we want to compare the analytical findings to corresponding numerical simulations. The parameters for the simulations are given in Table (1) and correspond to the binary system water/toluene at 25° C.

Table 1: Parameters for the binary system water/toluene at 25° C.

	toluene drop	water continuous phase	interface
<b>Density</b> $\varrho$ ( in $\frac{kg}{m^3}$ )	862.3	997.02	
<b>Viscosity</b> $\mu$ ( in <i>Pas</i> )	5.52e-4	8.903e-4	
<b>surface tension</b> $\gamma$ ( in $\frac{N}{m}$ )			3.6018e-2

The models for a deformable 2 mm drop with a stagnant cap (28) and for a spherical 2 mm drop with a stagnant cap (37) have been implemented in the software NAVIER which is described in Section (3). The corresponding numerical procedures are outlined in Sections (3.3) and (3.4). For each procedure, SPHER, DEF1 and DEF3, simulations for different stagnant cap angles ( $0 \leq \theta_{cap} \leq \pi$ ) have been performed.

#### 4.1 Discontinuity of interfacial stresses across interface

Once the buoyant toluene drop has reached its terminal rise velocity, and thus its steady state, the jump of the stress tensor across the interface is determined according to Eq. (13)

$$-\frac{1}{\Lambda_d |\Omega_d|} \int_{\Gamma} [[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}]] d\Gamma = \ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t).$$

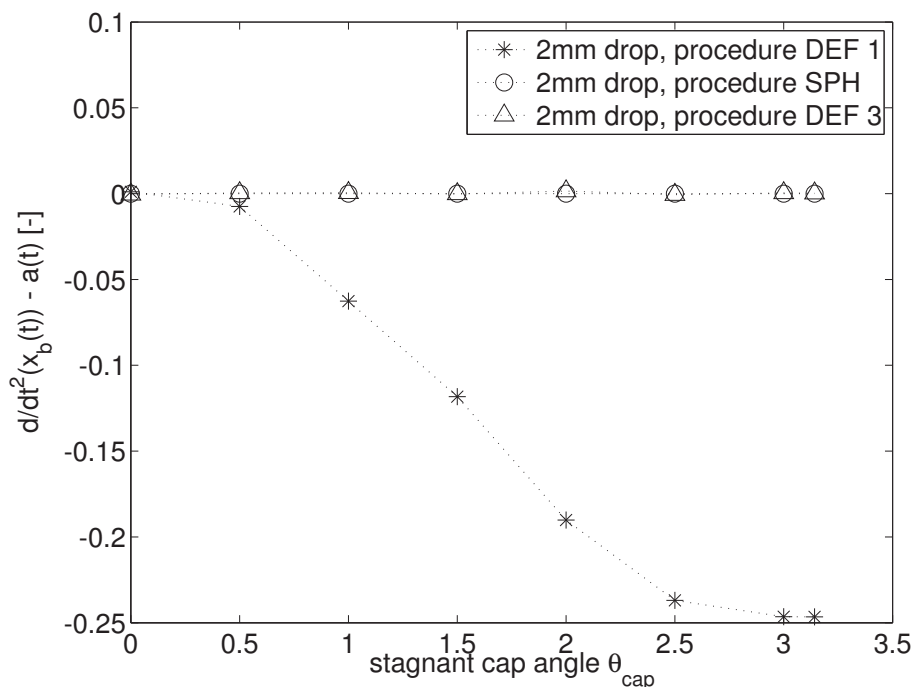


Figure 5: Each marker point corresponds to the steady state of a simulation. Once the buoyant drop has reached steady state (a constant rise velocity) the value  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t)$  is determined via Eq. (13). According to the findings in Lemma 2.1 the drop dynamics comply Newton’s second law, if  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t) = 0$ .

Figure 5 displays the results. A stagnant cap angle  $\theta_{cap} = 0$  corresponds to an uncontaminated interface. From the analytical investigations in Section 2 we know that an uncontaminated drop is in compliance with Newton’s second law. This is confirmed in the simulations, where  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t)$  is approximately zero.

Furthermore we found in Section 2 that both the spherical drop (Procedure SPHER) and the enhanced model for the deformable drop (Procedure DEF3) fulfill Newton’s second law. This is validated by the numerical results.

The last observation we want to point out in Figure 5 is with regard to the simulation results of Procedure DEF1. For  $0 < \theta_{cap} \leq \pi$  the value of  $\ddot{\mathbf{x}}_b(t) - a(t)$  monotonically decreases with increasing stagnant cap angle. This observation confirms Lemma 2.1 and is an indication of a violation of the compatibility condition (9) for deformable drops according to model (1) with (28). Again, these numerical results confirm the analytical findings from Section 2.

### 4.2 Interfacial stress jump along interface

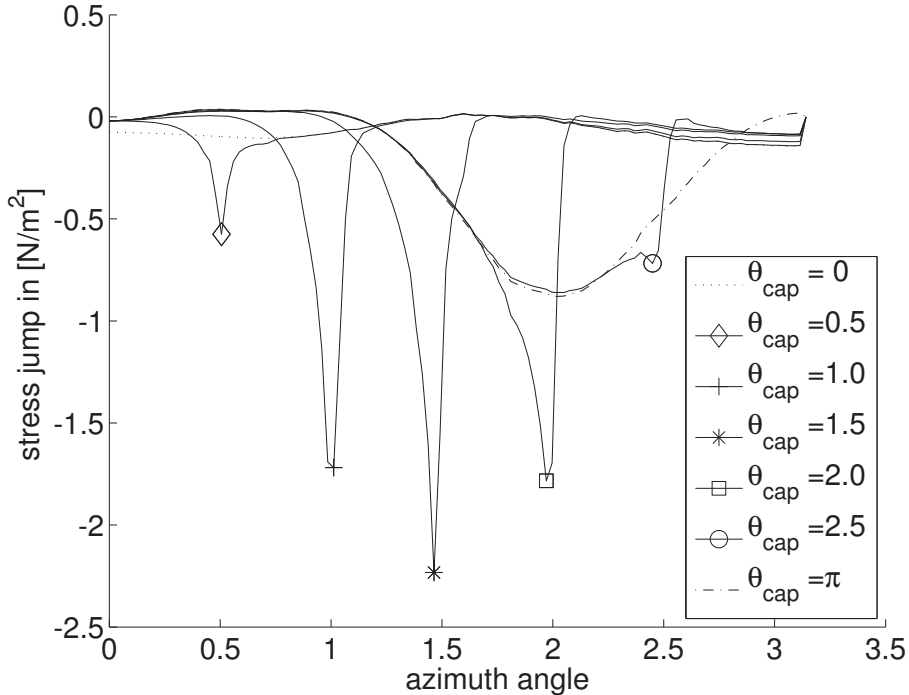


Figure 6: Simulations results for a deformable drop with a stagnant cap, Procedure DEF1. Each curve corresponds to the steady state of a simulation and depicts the jump of the interfacial stress tensor in horizontal direction, i.e.  $[[\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}]] \cdot e_z$  in  $[N/m^2]$ . The azimuthal angle is zero at the rear stagnation point. For  $\theta_{cap} = 0$  the drop is free of surfactant, and for  $\theta_{cap} = \pi$  the drop interface is fully immobile in tangential direction.

Next, we investigate the stress jump along the interface for Procedure DEF1, cf. Figure 6. A distinguished peak is observed at the respective stagnant cap angles,

indicating that the onset of tangential immobility results in a significant interfacial stress jump. In the clean interfacial area ( $\theta > \theta_{cap}$ ) the respective curves approximate the curve of a clean interface ( $\theta_{cap} = 0$ , dotted line). In the tangentially immobile surface area ( $\theta_{cap} < \theta_{cap}$ , dash-dotted line) the respective curves approximate the curve for  $\theta_{cap} = \pi$ . Previous theoretical investigations suggest that the curve for  $\theta_{cap} = 0$  should be pointwise zero, which is resembled by the numerical results within a feasible accuracy.

### 4.3 Terminal rise velocity: Comparison of different procedures

If the drop dynamics are not in compliance with Newton's second law, this is not only resembled in a jump of interfacial tension, but most significantly, it corresponds to a false depiction of the kinetic description including the drop terminal velocity. For illustration, Figure 7 displays terminal rise velocities for Procedures SPHER, DEF1, and DEF3.

Comparing the terminal rise velocity of the uncontaminated drops ( $\theta_{cap} = 0$ ), we observe a larger rise velocity of the spherical drop compared to the deformable drops. This finding corresponds to an increase in the cross sectional area for the deformable drop. I.e. in our simulations we measure an aspect ratio  $E = 0.95$  (ratio between vertical to horizontal drop diameter) for the 2 mm deformable drop, compared to  $E = 1$  for the spherically shaped drop. This behavior is even more pronounced for larger drop diameters, compare Figure 9 in Section 4.5, as the aspect ratios of the larger deformable drops further decrease.

Returning to Figure 7, we observe a monotonically decrease in the terminal rise velocity for spherical drops with  $\theta_{cap} > 0$  until for  $\theta_{cap} \geq 2$  the minimal terminal velocity of a rigid drop is reached. This behavior is also found for the deformable drops in the enhanced model.

The deformable drop simulations with DEF1 show a surprising result, if it was not for the investigations from Lemma 2.2 and the results from Figure 5. The terminal velocity decreases for  $1 \leq \theta_{cap} \leq 1.75$  but slower than with DEF3. For a stagnant cap angle  $\theta_{cap} > 1.75$  the terminal velocity increases for increasing  $\theta_{cap}$ . The increasing terminal velocity for increasing stagnant cap angle is the result of the erroneous kinetic description, that we pointed out in Section 2. Since the model corresponding to DEF1 violates the compatibility condition Eq. (9), the drop kinetics are not determined correctly and the terminal velocity of a fully contaminated drop, which should be equal to that of a rigid particle, is significantly higher than expected.

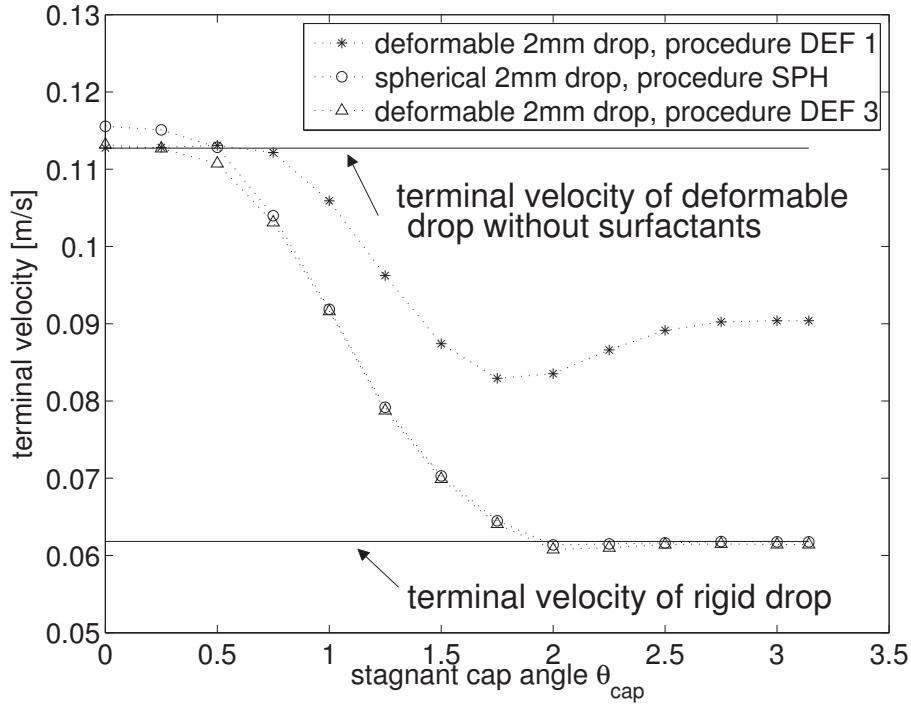


Figure 7: Terminal rise velocity for different numerical procedures with varying stagnant cap angles. For increasing stagnant cap angles, the terminal rise velocity is expected to decrease monotonically, until the rise velocity of a corresponding rigid particle is reached. This behavior is found in the simulations for Procedures SPHER and DEF3. The numerical results for DEF1 indicate that the kinetic description in this procedure is faulty, as stated in Section 2.

#### 4.4 Drag coefficient: Comparison of different procedures

Sadhil and Johnson [37] developed a correlation for relative drag coefficients in the creeping flow limit for stagnant caps, cf. Leal [29]. The drag coefficient  $C_D$  is determined from the terminal rise velocity of the drop,  $\mathbf{u}_\infty$ , via

$$C_D = \frac{4}{3} d_p g \frac{|\varrho_c - \varrho_d|}{\varrho_c \mathbf{u}_\infty^2},$$

where  $g$  denotes gravity,  $\varrho_c$  and  $\varrho_d$  denote the density of the continuous phase and the drop, and  $d_p$  denotes the drop diameter. The relative drag coefficient  $C_D^*(\theta_{cap})$ ,

depending on the stagnant cap angle  $\theta_{cap}$  in turn is given by

$$C_D^*(\theta_{cap}) := \frac{C_D(\theta_{cap}) - C_{D, clean}}{C_{D, rigid} - C_{D, clean}}.$$

$C_D(\theta_{cap})$  denotes the drag coefficient for the respective simulation with the prescribed given stagnant angle  $\theta_{cap}$ ,  $C_{D, clean}$  refers to the drag coefficient of a clean, deformable drop (i.e. for  $\theta_{cap} = 0$ ), and  $C_{D, rigid}$  refers to the drag coefficient of a corresponding rigid particle.

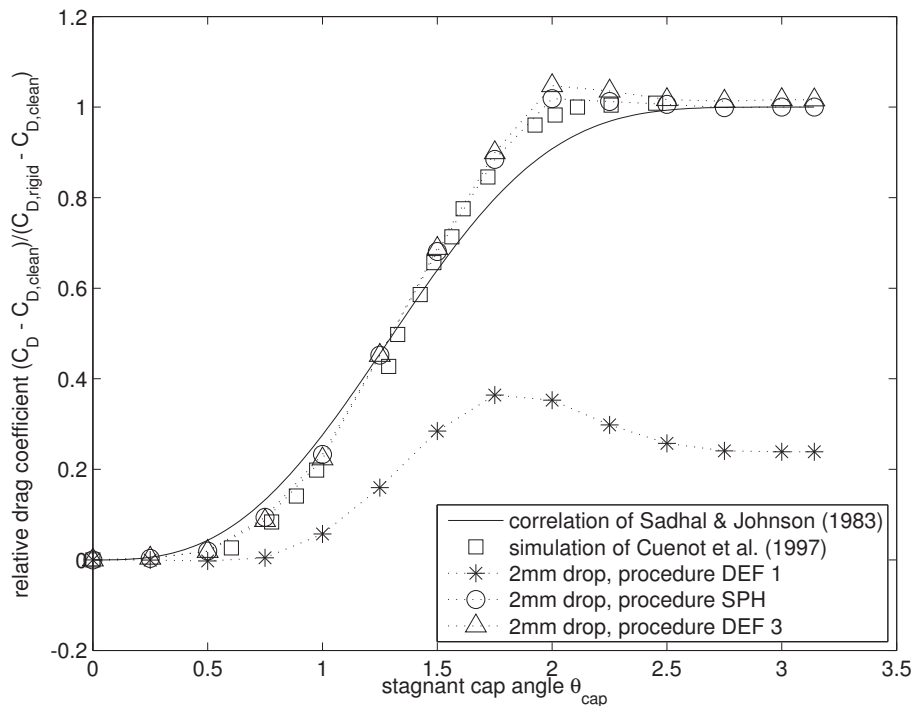


Figure 8: Comparison of the relative drag coefficient as obtained in our different procedures to the correlation from Sadhal and Johnson [37], and to the simulation results from Cuenot et al. [8].

Even though the correlation by Sadhal and Johnson [37] has been derived for the creeping flow limit, lacking theoretical results for higher Reynolds numbers for the stagnant cap limiting case, (the terminal Reynolds number of the rigid particle in our simulation is  $Re_\infty = \frac{\mathbf{u}_\infty d_p \rho_c}{\mu_c} \approx 138$ ) we compare the relative drag coefficients from the simulations to this correlation in Figure 8. As an additional comparison, we include simulation results from Cuenot et al. [8] which have a Reynolds number of  $Re \approx 100$ .

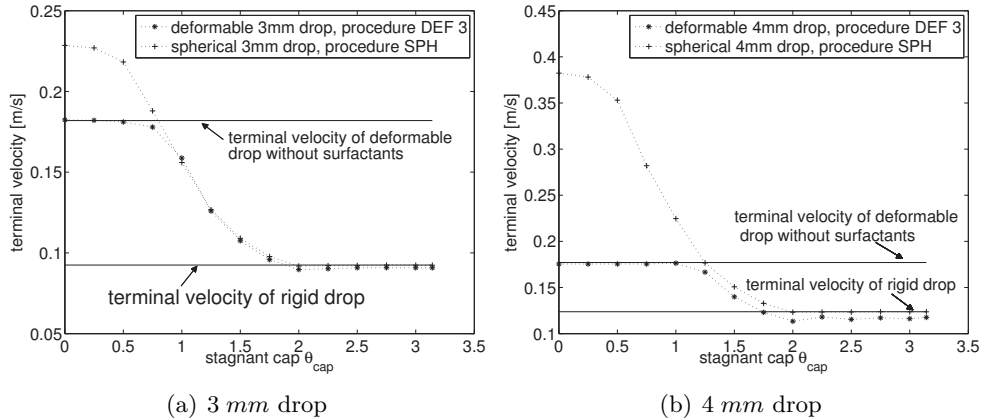


Figure 9: Rise velocity of spherical and deformable drops (Procedure DEF3, enhanced model) with varying stagnant cap angle.

Figure 8 displays a clear deviation of the relative drag coefficients obtained in Procedure DEF1 to the correlation of Sadhal and Johnson, and thus confirming the analytical findings from Section 2. The simulation results are also given in Table 3.

For the spherical drops and the deformable drops of the enhanced model (Procedure DEF3), the deviation is considerably smaller.

Our results of procedures SPHER and DEF3 are in reasonably good agreement with the theoretical prediction by Sadhal and Johnson [37], and the full numerical simulation by Cuenot et al. [8]. Again, the numerical results confirm the theoretical findings from Lemma 2.1.

#### 4.5 Additional simulation results for Procedure DEF3

So far, the simulation results above were shown with the intention of validating the theoretical findings of the analytical investigation of the corresponding models in Section 2. We would also like to present some results of the stagnant cap setting for Procedure DEF3 (the enhanced model) for higher drop diameters. Terminal rise velocities of 3 mm and 4 mm toluene drops in water (parameters from Table 1) are plotted in Figure 9 and given in Table 2. In both settings for  $\theta_{cap} = 0$ , the terminal velocity of the spherical clean drop is higher than that of the corresponding deformable drop. This effect is due to an increase in cross sectional area, which results in an increased drag, which in turn results in a reduced terminal velocity. For example, the deformable 3 mm drop has an aspect ratio (ratio between vertical to horizontal drop diameter) of  $E_{3\text{ mm}} = 0.74$  and the 4 mm drop has an even smaller aspect ratio of



$E_{4\text{ mm}} = 0.57$ , cf. Table 4

For both, the 3 mm and 4 mm toluene drops, the behavior is similar for increasing stagnant cap angles: The terminal velocity remains at the value of a clean deformable drop until the increase of drag due to the immobility of the interface exceeds a certain value. Interestingly, the stagnant cap angle for which the drop falls below that threshold of a clean deformable drop coincides for the spherical and the deformable drop setting.

Then, in both procedures SPHER and DEF3, the terminal rise velocity decreases until  $\theta_{cap} = 2$ , from where on it remains at a constant value  $\mathbf{u}_{min}$ . This velocity threshold  $\mathbf{u}_{min}$  corresponds to the rise velocity of a rigid particle for the drops with  $d_p = 2\text{ mm}$  and  $d_p = 3\text{ mm}$ . For the 4 mm drop we observe  $\mathbf{u}_{min} < \mathbf{u}_{rigid}$ . This observation again corresponds to a decreased aspect ratio for the fully contaminated 4 mm drop with  $E_{4\text{ mm}} = 0.92$ .

Naturally, the increasing tangential immobility of the interface also effects the drop shape, see Figure 10. The shape becomes more spherical for increasing stagnant cap angles. The most significant change in rise velocities occurs for  $1 < \theta_{cap} < 2$ . This corresponds to the observations in Figure 10, where the most significant change in aspect ratios occurs for  $1 < \theta_{cap} < 2$  as well.

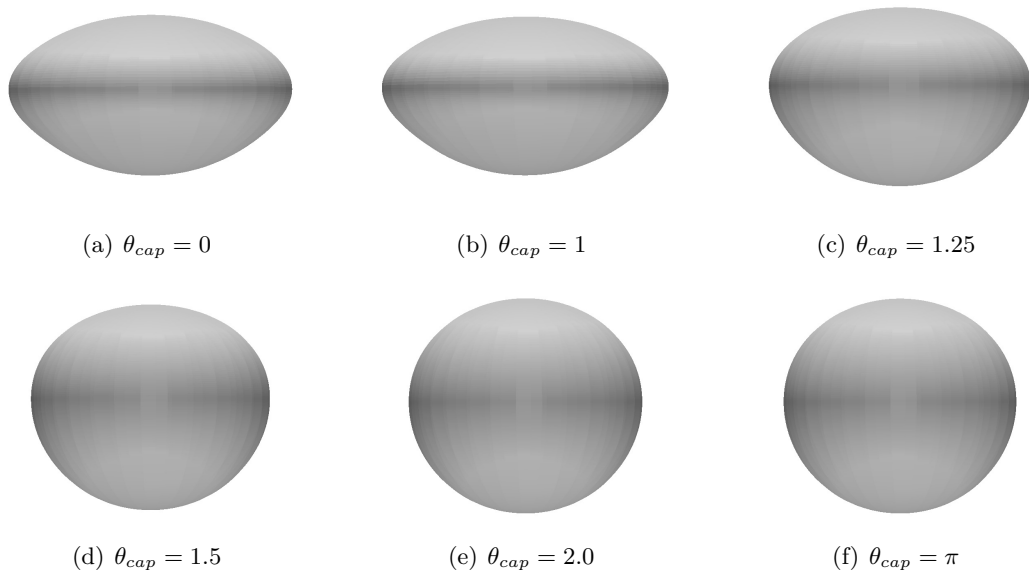


Figure 10: Shape of a 4 mm toluene drop at steady state with varying stagnant cap angle, simulations with Procedure DEF3.

$\theta_{cap}$	terminal velocity $u_{\infty}[m/s]$								
	$d_p = 2 \text{ mm}$			$d_p = 3 \text{ mm}$			$d_p = 4 \text{ mm}$		
	DEF1	DEF3	SPHER	DEF1	DEF3	SPHER	DEF1	DEF3	SPHER
0.00	1.13	1.13	1.16	1.82	1.82	2.29	1.77	1.78	3.82
0.25	1.13	1.13	1.15	1.82	1.82	2.27	1.77	1.78	3.78
0.50	1.13	1.11	1.13	1.82	1.81	2.18	1.77	1.79	3.53
0.75	1.12	1.03	1.04	1.81	1.78	1.88	1.77	1.79	2.82
1.00	1.06	0.91	0.92	1.75	1.59	1.56	1.78	1.75	2.25
1.25	0.96	0.79	0.79	1.52	1.26	1.27	1.81	1.73	1.77
1.50	0.87	0.70	0.70	1.29	1.08	1.09	1.70	1.47	1.51
1.75	0.83	0.64	0.64	1.15	0.96	0.98	1.45	1.27	1.33
2.00	0.84	0.61	0.61	1.13	0.90	0.92	1.39	1.17	1.23
2.25	0.87	0.61	0.62	1.16	0.90	0.92	1.41	1.18	1.23
2.50	0.89	0.61	0.62	1.19	0.91	0.92	1.43	1.19	1.23
2.75	0.90	0.61	0.62	1.20	0.91	0.92	1.44	1.19	1.24
3.00	0.90	0.61	0.62	1.20	0.91	0.92	1.44	1.19	1.24
3.14	0.90	0.61	0.62	1.20	0.91	0.92	1.44	1.19	1.24

Table 2: Terminal velocities of simulations with NAVIER and different procedures.

Table 3: Relative drag coefficient  $C_D^*(\theta_{cap}) = \frac{C_D(\theta_{cap}) - C_{D, clean}}{C_{D, rigid} - C_{D, clean}}$ . The first column corresponds to the correlation from Sadhal and Johnson [37], the other columns represent the different procedures that were implemented for this study for  $d_p = 2 \text{ mm}$ .

$\theta_{cap}$	$C_D^*$			
	Correlation Sadhal and Johnson	NAVIER DEF1	NAVIER DEF3	NAVIER SPHER
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.25	0.0057	-0.0005	0.0038	0.0031
0.50	0.0433	-0.0025	0.0190	0.0195
0.75	0.1328	0.0046	0.0869	0.0940
1.00	0.2759	0.0571	0.2232	0.2329
1.25	0.4554	0.1598	0.4517	0.4522
1.50	0.6401	0.2846	0.6882	0.6811
1.75	0.7978	0.3639	0.8994	0.8846
2.00	0.9078	0.3527	1.0474	1.0185
2.25	0.9686	0.2981	1.0356	1.0123
2.50	0.9932	0.2574	1.0167	1.0061
2.75	0.9994	0.2407	1.0131	0.9987
3.00	1.0000	0.2386	1.0166	1.0001
3.14	1.0000	0.2386	1.0161	1.0000

Table 4: Aspect ratios from simulations with NAVIER with Procedure DEF3.

$\theta_{cap}$	$E = d_{vert}/d_{hor}$	$E = d_{vert}/d_{hor}$	$E = d_{vert}/d_{hor}$
	$d_p = 2 \text{ mm}$	$d_p = 3 \text{ mm}$	$d_p = 4 \text{ mm}$
0.00	0.95	0.75	0.56
0.25	0.95	0.75	0.56
0.50	0.95	0.75	0.56
0.75	0.95	0.75	0.56
1.00	0.96	0.78	0.56
1.25	0.97	0.86	0.60
1.50	0.97	0.92	0.80
1.75	0.97	0.94	0.89
2.00	0.97	0.94	0.90
2.25	0.97	0.94	0.89
2.50	0.97	0.93	0.89
2.75	0.97	0.93	0.89
3.00	0.97	0.93	0.89
3.14	0.97	0.93	0.89

## **5 Conclusion**

The stagnant cap model has been discussed in the literature mostly for spherical drops, but also for deformable drops for many years now. Often, numerical investigations are performed by using a drop fixed coordinate system. We showed, that in such a setting, the model for deformable stagnant caps will result in nonphysical terminal velocities. This observation initiated a more thorough investigation of the stagnant cap model.

We studied the mathematical models for single spherical and deformable drops with and without stagnant caps with respect to their compliance with Newton's second law. Our analysis shows, that while the model of a general deformable drop inherits Newton's second law in its governing equations, this is not the case if a stagnant cap setting (i.e. tangential immobility of the interfacial flow) is assumed. Similarly, in spherical drop models with and without stagnant caps, where the sphericity is incorporated into the mathematical model by assuming that the interfacial flow is immobile in normal direction, Newton's second law is not incorporated in the mathematical model a priori. We showed that in both cases this is caused by a deficient prescription of interfacial stresses by the interfacial conditions. While in the general deformable model, the interfacial stresses are governed in both tangential and normal direction, the assumption of tangential or normal immobility results in a prescription of interfacial stresses solely in normal or tangential direction respectively. This may result in an unaccounted jump of interfacial stresses across the interface, which in turn affects the overall kinetic description of the drop (i.e. Newton's second law).

In the case of spherical drop models with and without stagnant caps, this deficiency is overcome by adding an equation of motion to the set of governing equations (analogously to the Newton-Euler equations for rigid drops). A similar approach for the deformable stagnant cap setting is not clear. Nevertheless, we further investigated the connection between interfacial conditions and the kinetic description of deformable single drops with stagnant caps by investigating an enhanced model: Instead of adding an equation of motion to the mathematical model, we add the defect in interfacial stresses as a body force acting on the buoyant drop and thus achieve compliance with Newton's second law.

All theoretical investigations are accompanied and verified by corresponding numerical simulations.

We want to emphasize, that the enhanced model is solely used to illustrate and understand the connection of interface conditions and drop kinetics. The effects of tangential immobility are qualitatively accounted for in the presented enhanced model. However, we believe the conclusion of these findings (both numerical and theoretical) should be, that the effects of surfactants on deformable drops require a model that accounts for the full stress jump, i.e. in tangential and normal direction. Consequently, the effects of variable interfacial tension need to be taken into account. The stagnant

cap model, i.e. the assumption of tangential immobility is not suitable to account for the effects of surfactants on deformable drops in a drop-fixed coordinate system.

## References

- [1] E. Bänsch. „Finite element discretization of the Navier–Stokes equations with a free capillary surface“. In: *Numer. Math.* 88 (2001), pp. 203–235.
- [2] E. Bänsch. *Numerical methods for the instationary Navier–Stokes equations with a free capillary surface*. Habilitation thesis. 1998.
- [3] K. Bäumler. „Simulation of single drops with variable interfacial tension“. PhD thesis. Friedrich–Alexander–University Erlangen–Nuremberg, 2014. URL: <https://opus4.kobv.de/opus4-fau/frontdoor/index/index/docId/5062>.
- [4] K. Bäumler et al. „Drop rise velocities and fluid dynamic behavior in standard test systems for liquid/liquid extraction—experimental and numerical investigations“. In: *Chem. Eng. Sci.* 66.3 (2011), pp. 426–439. ISSN: 0009-2509. DOI: [DOI:10.1016/j.ces.2010.11.009](https://doi.org/10.1016/j.ces.2010.11.009), URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250910006615>.
- [5] M. O. Bristeau, R. Glowinski, and J. Périaux. „Numerical methods for the Navier-Stokes equations. Applications to the simulation of compressible and incompressible viscous flows“. In: *Finite elements in physics (Lausanne, 1986)*. Amsterdam: North-Holland, 1987, pp. 73–187.
- [6] P. G. Ciarlet and J. L. Lions, eds. *Vol. IX. Handbook of Numerical Analysis. Numerical methods for fluids. Part 3*. Amsterdam: North-Holland, 2003, pp. x+1176. ISBN: 0-444-51224-1.
- [7] R. Clift, J. R. Grace, and M. E. Weber. *Bubbles, Drops, and Particles*. Academic Press, 1978. ISBN: 0-12-176950-X.
- [8] B. Cuenot, J. Magnaudet, and B. Spennato. „The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble“. In: *J. Fluid Mech.* 339 (1997), pp. 25–53. DOI: [null](https://doi.org/10.1017/S0022112097005053), URL: <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112097005053>.
- [9] R.E. Davis and Andreas Acrivos. „The influence of surfactants on the creeping motion of bubbles“. In: *Chemical Engineering Science* 21.8 (1966), pp. 681–685. ISSN: 0009-2509. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0009-2509\(66\)80017-9](https://doi.org/10.1016/0009-2509(66)80017-9), URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250966800179>.
- [10] W. M. Deen. *Analysis of Transport Phenomena*. Oxford University Press, 1998. ISBN: 978-0-19-508494-8.

- [11] K. Dieter-Kissling, H. Marschall, and D. Bothe. „Numerical method for coupled interfacial surfactant transport on dynamic surface meshes of general topology“. In: *Computers and Fluids* 109 (2015), pp. 168–184.
- [12] J. Donea, S. Giuliani, and J.P. Halleux. „An Arbitrary Lagrangian–Eulerian Finite Element Method for Transient Dynamic Fluid–Structure Interactions“. In: *Comp. Meth. Appl. Mech. Engr.* 33 (1982), pp. 689–723.
- [13] D. A. Edwards, H. Brenner, and D. T. Wasan. *Interfacial Transport Processes and Rheology*. London: Butterworths/Heinemann, 1999.
- [14] R. Bel Fdhila and P. C. Duineveld. „The effect of surfactant on the rise of a spherical bubble at high Reynolds and Péclet numbers“. In: *Physics of Fluids* 8.2 (1996), pp. 310–321. DOI: [10.1063/1.868787](https://doi.org/10.1063/1.868787), URL: <http://link.aip.org/link/?PHF/8/310/1>.
- [15] L. Formaggia and F. Nobile. „Stability analysis of second-order time accurate schemes for ALE–FEM“. In: *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193.39-41 (2004), pp. 4097–4116. ISSN: 0045-7825. DOI: [10.1016/j.cma.2003.09.028](https://doi.org/10.1016/j.cma.2003.09.028), URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782504002142>.
- [16] R. M. Griffith. „The effect of surfactants on the terminal velocity of drops and bubbles“. In: *Chem. Eng. Sci.* 17.12 (1962), pp. 1057–1070. ISSN: 0009-2509. DOI: [DOI: 10.1016/0009-2509\(62\)80084-0](https://doi.org/10.1016/0009-2509(62)80084-0), URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250962800840>.
- [17] S. Groß and A. Reusken. *Numerical methods for two-phase incompressible flows*. Vol. 40. Springer Series in Computational Mathematics. Berlin: Springer-Verlag, 2011, pp. xviii+480. ISBN: 978-3-642-19685-0.
- [18] M. E. Gurtin. *An Introduction to Continuum Mechanics*. Academic Press, 1981.
- [19] J. F. Harper. „On bubbles with small immobile adsorbed films rising in liquids at low Reynolds numbers“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 58 (03 May 1973), pp. 539–545. ISSN: 1469-7645. DOI: [10.1017/S0022112073002314](https://doi.org/10.1017/S0022112073002314), URL: [http://journals.cambridge.org/article\\_S0022112073002314](http://journals.cambridge.org/article_S0022112073002314).
- [20] J. F. Harper. „Stagnant-cap bubbles with both diffusion and adsorption rate-determining“. In: *J. Fluid Mech.* 521 (Nov. 2004), pp. 115–123. ISSN: 1469-7645. DOI: [10.1017/S0022112004001843](https://doi.org/10.1017/S0022112004001843), URL: [http://journals.cambridge.org/article\\_S0022112004001843](http://journals.cambridge.org/article_S0022112004001843).
- [21] J. F. Harper. „Surface activity and bubble motion. (Review paper presented at IUTAM Symp. on Mechanics and Physics of Bubbles in Fluids, Pasadena, 15-19 June 1981.)“ In: *Appl. Sci. Res.* 38 (May 1982), p. 343.

- [22] Z. He, C. Maldarelli, and Z. Dagan. „The size of stagnant caps of bulk soluble surfactant on the interfaces of translating fluid droplets“. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 146.2 (1991), pp. 442–451. ISSN: 0021-9797. DOI: [10.1016/0021-9797\(91\)90209-Q](https://doi.org/10.1016/0021-9797(91)90209-Q). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002197979190209Q>.
- [23] B. Höhn. „Numerik für die Marangoni-Konvektion beim Floating-Zone Verfahren“. In german. PhD thesis. Mathematische Fakultät der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i. Br, 1999.
- [24] J. A. Holbrook and M. D. LeVan. „Retardation of droplet motion by surfactant. Part 1. Theoretical development and asymptotic solutions“. In: *Chemical Engineering Communications* 20.3-4 (1983), pp. 191–207. DOI: [10.1080/00986448308940590](https://doi.org/10.1080/00986448308940590). URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00986448308940590>.
- [25] W. S. Huang and R. C. Kintner. „Effects of surfactants on mass transfer inside drops“. In: *AIChE Journal* 15.5 (1969), pp. 735–744. ISSN: 1547-5905. DOI: [10.1002/aic.690150520](https://doi.org/10.1002/aic.690150520). URL: <http://dx.doi.org/10.1002/aic.690150520>.
- [26] T. J. R. Hughes, W. K. Liu, and T. K. Zimmermann. „Lagrangian–Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows“. In: *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 29 (1981), pp. 329–349.
- [27] K. Bäumler and E. Bänsch. „A subspace projection method for the implementation of interface conditions in a single-drop flow problem“. In: *J. Comput. Phys.* 252.0 (2013), pp. 438–457. ISSN: 0021-9991. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2013.06.024](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.06.024). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999113004543>.
- [28] L.D. Landau and E.M. Lifschitz. *Lehrbuch der Theoretischen Physik*. 3rd. Vol. VI, Hydrodynamik. Akademie Verlag, Berlin, 1974.
- [29] L.G. Leal. *Advanced Transport Phenomena: Fluid Mechanics and Convective Transport Processes*. Cambridge Series in Chemical Engineering. Cambridge University Press, 2007. ISBN: 9780521849104. URL: <http://books.google.de/books?id=jbRGKo1Ie0wC>.
- [30] D. M. Leppinen, M. Renksizbulut, and R. J. Haywood. „The effects of surfactants on droplet behaviour at intermediate Reynolds numbers - I. The numerical model and steady state results“. In: *Chemical Engineering Science* 51.3 (1996), pp. 479–489.



- [31] V.G. Levich. *Physicochemical hydrodynamics: (by) V. G. Levich. Transl. by scripta technica, inc.* Prentice-Hall international series in the physical and chemical engineering sciences. Prentice-Hall, 1962. URL: <http://books.google.co.in/books?id=EtoIAQAAIAAJ>.
- [32] X.-J. Li and Z.-S. Mao. „The Effect of Surfactant on the Motion of a Buoyancy-Driven Drop at Intermediate Reynolds Numbers: A Numerical Approach“. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 240.1 (2001), pp. 307–322. ISSN: 0021-9797. DOI: [10.1006/jcis.2001.7587](https://doi.org/10.1006/jcis.2001.7587). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979701975873>.
- [33] D.W. Martin and F. Blanchette. „Simulations of surfactant-laden drops rising in a density-stratified medium“. In: *Physical Review Fluids* 2.2 (2017), p. 023602.
- [34] J. B. McLaughlin. „Numerical Simulation of Bubble Motion in Water“. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 184.2 (1996), pp. 614–625. ISSN: 0021-9797. DOI: [10.1006/jcis.1996.0659](https://doi.org/10.1006/jcis.1996.0659). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979796906591>.
- [35] Ravichandra Palaparthi, Demetrios T. Papageorgiou, and Charles Maldarelli. „Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles“. In: *J. Fluid Mech.* 559 (2006), pp. 1–44. DOI: [10.1017/S0022112005007019](https://doi.org/10.1017/S0022112005007019). URL: <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112005007019>.
- [36] J. Ramírez-Muñoz et al. „Effect of Surface Contamination on the Drag of a Bubble Rising in a Line“. In: *Experimental and Computational Fluid Mechanics* (2014). Ed. by Jaime Klapp and Abraham Medina, pp. 49–61.
- [37] S. S. Sadhal and R. E. Johnson. „Stokes flow past bubbles and drops partially coated with thin films. Part 1. Stagnant cap of surfactant film – exact solution“. In: *J. Fluid Mech.* 126 ( 1983), pp. 237–250. ISSN: 1469-7645. DOI: [10.1017/S0022112083000130](https://doi.org/10.1017/S0022112083000130). URL: <http://journals.cambridge.org/article%5CS0022112083000130>.
- [38] P. Savic. *Circulation and Distortion of Liquid Drops Falling Through a Viscous Medium*. Report no. MT 22, National Research Council of Canada. National Research Council Canada, 1953. URL: <http://books.google.de/books?id=h0oGGwAACAAJ>.
- [39] L. E. Scriven. „Dynamics of a fluid interface Equation of motion for Newtonian surface fluids“. In: *Chem. Eng. Sci.* 12.2 (1960), pp. 98–108. ISSN: 0009-2509. DOI: [DOI: 10.1016/0009-2509\(60\)87003-0](https://doi.org/10.1016/0009-2509(60)87003-0). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-4435V5Y-4H/2/c87c779cc46f9800b843e7ac62e674a2>.

- [40] Q. Wang, M. Siegel, and M.R. Bootx. „Numerical simulation of drop and bubble dynamics with soluble surfactant“. In: *Physics of Fluids* 339.5 (2014), p. 052102.
- [41] M. Wegener et al. „Transient rise velocity and mass transfer of a single drop with interfacial instabilities – Numerical investigations“. In: *Chem. Eng. Sci.* 64.23 (2009), pp. 4835–4845. ISSN: 0009-2509. DOI: [DOI:10.1016/j.ces.2009.07.023](https://doi.org/10.1016/j.ces.2009.07.023).



# Methoden des Fortschritts in der Instandhaltung

Was tun, wenn in Zeiten von Industrie 4.0 die Grundlagen nicht passen?

Thomas Geike

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

## Zusammenfassung

Fortschritt in der Instandhaltung (IH) wird heutzutage meist mit der zunehmenden Digitalisierung der IH assoziiert. Nicht alle Unternehmen haben jedoch in ihrer IH bereits die Voraussetzungen schaffen können, um die Vorteile der Digitalisierung der IH voll nutzen zu können. Für diese Unternehmen wird ein methodischer Ansatz für eine umfassende und nachhaltige Optimierung der IH beschrieben. Die drei zentralen Bausteine sind eine gute Strukturierung der Verbesserungsbedarfe (IH-Landkarte und Produktionssystem), der Ausbau der betrieblichen Führung und eine Verbesserung der Datenqualität und der Analysekompetenz vor Ort.

*Schlüsselwörter:* Instandhaltung, IH-Landkarte, Produktionssystem, Betriebliche Führung, Predictive Maintenance

## 1 Einführung

Wenn Ingenieure über Fortschritt in der Instandhaltung (IH) reden, fallen häufig Begriffe wie *Condition based maintenance* (CBM), *Predictive maintenance* (PM), *Total productive maintenance* (TPM) oder neuerdings *Industrie 4.0*, *Internet of Things* (IoT), *Künstliche Intelligenz* (AI = *artificial intelligence*), *Machine Learning* und *Big data*. Die daraus resultierenden Möglichkeiten zur Verbesserung der IH sind sehr vielversprechend [1, 4] und in einigen Firmen bereits implementiert oder in den mittelfristigen Planungen berücksichtigt. Im Hinblick auf eine Reduktion der Kosten und die Erhöhung der Zuverlässigkeit in der Instandhaltung sind zudem auch in Zeiten von *Industrie 4.0* viele wesentliche Hebel im weiteren Umfeld des Einkaufs und

der Lagerhaltung zu finden. Dazu gehören unter anderem die bessere Planung der Ersatzteilbedarfe, die Erschließung zusätzlicher Lieferanten für Ersatzteile der OEM, die Bündelung über alle Werke/Standorte und die Bündelung der Kleinbedarfe („long tail vendors“) [7]. Zudem sind oftmals Verbesserungen in der IH zu erwarten, wenn für die Zielvorgaben, die Ablauf- und Aufbauorganisation und die IT-Unterstützung ähnlich hohe Standards angesetzt werden wie für die eigentliche Produktion [6]. Die IH ist zwar im Kern eine Ingenieursdisziplin, aber sehr eng verzahnt mit anderen Disziplinen. Typischerweise sind dies vor allem der Einkauf, die Produktionsplanung, die IT. Ohne eine erfolgreiche, fachübergreifende Zusammenarbeit sind nachhaltige Verbesserungen in der IH nicht möglich. Es sei nochmals betont: Verbesserungen, z. B. in der IH-Planung und IH-Durchführung, können sowohl die Kosten senken als auch die Anlagenverfügbarkeit deutlich erhöhen, wobei letzteres häufig das entscheidende Ziel ist.

Nicht alle Unternehmen sind im Hinblick auf die IH ausreichend gut aufgestellt, damit die eingangs erwähnten neuen Möglichkeiten greifen können. Die folgenden Darstellungen fokussieren auf genau diese Unternehmen. Fortschritt im Alltag dieser Unternehmen heißt, den Grundstein für eine spätere Umsetzung der neuen Möglichkeiten zu legen. Die Darstellungen beruhen im Wesentlichen auf den Erfahrungen des Autors in der Stahlindustrie, in Eisenbahnverkehrsunternehmen (EVU) und in Eisenbahninfrastrukturunternehmen (EIU) in Deutschland, Finnland, Großbritannien und den Niederlanden. Es kann vermutet werden, dass auch in anderen Unternehmen und Branchen ähnliche Beobachtungen gemacht werden können.

Der Autor hat in Bezug auf die Optimierung der Instandhaltung wiederholt die folgenden drei Beobachtungen gemacht.

- Es werden am ehesten die Verbesserungsbedarfe bearbeitet, die entweder gerade „in Mode“ sind (z. B. derzeit mit Fokus auf *Condition based maintenance*, *Big data* oder *Internet of Things*) oder die in Verbesserungsworkshops hervorgebracht wurden. Häufig ist kein geordnetes Vorgehen, das sich an klaren langfristigen Zielzuständen orientiert, zu beobachten. Folgen sind, dass Verbesserungsmaßnahmen gar nicht greifen können, weil die Grundlagen nicht stimmen (z. B. Datenqualität nicht hoch genug für *Predictive maintenance*) und ein „Flickenteppich“ an unzusammenhängenden Einzelverbesserungen entsteht. Eine andere Folge ist, dass die Verbesserungsmaßnahmen häufig nur Änderungen in der Ablauf- oder Aufbauorganisation abdecken. Andere Bereiche des Produktionssystems werden häufig nicht „gesehen“ und daher vernachlässigt.
- Inhaltlich gute Verbesserungsmaßnahmen werden entwickelt und in Ansätzen implementiert, aber sobald das Projektteam nicht mehr vor Ort ist, versanden die Maßnahmen. Während der Implementierung der Maßnahmen ist häufig das Projektteam die treibende Kraft und nicht die Führungskräfte vor Ort.

- Selbst bei messbaren Größen (z. B. Bearbeitungszeiten für IH-Aufträge, Gesamtanlageneffektivität, mittlere Betriebsdauer zwischen Ausfällen) besteht oft Unklarheit über den aktuellen Zustand der Instandhaltung und den Effekt der Verbesserungsmaßnahmen, weil Daten unzureichend gepflegt werden und Mitarbeitern die Analysefähigkeiten fehlen.

Kommen Ihnen eine oder mehrere dieser Beobachtungen bekannt vor? Dann lesen Sie im folgenden Ansätze, wie zuerst die Grundlagen „gerade gerückt werden“, bevor die eingangs erwähnten modernen Verbesserungsansätze vollumfänglich wirken können.

## 2 Was kann getan werden?

Bei diesen oder ähnlichen Beobachtungen sollte ein methodisches Vorgehen für die IH-Optimierung drei zentrale Bausteine umfassen.

1. Strukturierung der Anpassungsbedarfe mit einer IH-Landkarte (mit hinterlegten Zielzuständen) und einem einfachen Produktionssystem und die Kommunikation auf allen Ebenen auf Basis dieser beiden Instrumente.
2. Ausbau der Führung, insbesondere der betrieblichen Führung, durch Schulungen, Standardtagesabläufe für Führungskräfte und den Wegfall von administrativen Aufgaben.
3. Verbesserung der Datenqualität und die Befähigung der Mitarbeiter zur eigenständigen Datenanalyse.

Ein aus den drei genannten Bausteinen bestehendes methodisches Vorgehen empfiehlt sich, unabhängig davon, in welchen Bereichen der Instandhaltung die Verbesserungsbedarfe sind, ob im Asset Management, bei der Planung oder Durchführung von IH-Maßnahmen oder im Einkauf bzw. in der Lagerhaltung.

### 2.1 IH-Landkarte und Produktionssystem als Strukturierungsinstrumente

Wenn in der IH mehr als nur ein Feinjustieren nötig ist oder mehr als ein begrenztes Feld (z. B. Einführung von *Predictive maintenance* in einem ansonsten gut funktionierenden IH-System) bearbeitet werden soll, dann ist eine gute Strukturierung der Veränderungsbedarfe von herausragender Bedeutung. Die Struktur hilft beim Erkenntnisgewinn und der Formulierung und Wichtung der Veränderungsbedarfe. Und die klare Struktur macht eine erfolgreiche Kommunikation mit allen Beteiligten, vom Handwerker bis zum Top-Management, erst möglich.

Für die Strukturierung haben sich zwei Instrumente bewährt: die IH-Landkarte und das Produktionssystem.

## IH-Landkarte

Die IH-Landkarte zeigt die wesentlichen Prozessschritte der IH. Sie ist spezifisch für jede Firma bzw. jedes Werk/jeden Bereich zu erstellen. Abbildung 1 zeigt ein Gerüst einer IH-Landkarte. Sowohl auf der obersten Ebene der Hauptprozessschritte (hier exemplarisch komplett befüllt) als auch auf der darunter liegenden Ebene der Teilprozessschritte sind die passenden Beschreibungen gemeinsam mit den Beteiligten vor Ort zu entwickeln.

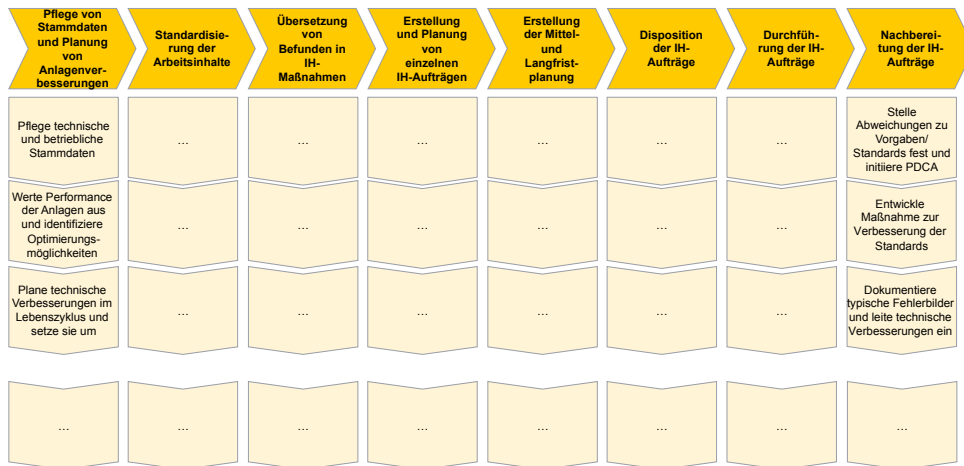


Abbildung 1: Gerüst einer IH-Landkarte

Zu jedem Teilprozessschritt (ein Kästchen in der Abbildung) wird ein Zielzustand definiert. Durch Vergleich zwischen Zielzustand und aktuellem Zustand wird ein Verbesserungsbedarf abgeleitet. Die Verbesserungsbedarfe werden anschließend in Bezug auf die Dringlichkeit gewichtet. Höhe des Verbesserungspotentials und Dringlichkeit erlauben dann eine Priorisierung der Handlungsfelder. In einem konkreten Projekt waren die Verbesserungsbedarfe (und -potentiale) im Bereich Asset Management gravierend. Die Einschätzung aller Beteiligten war jedoch, dass im Vergleich zu anderen Verbesserungsbedarfen die Dringlichkeit gering ist. In diesem Fall wurden Verbesserungen im Bereich Asset Management zugunsten anderer Maßnahmen zurückgestellt. Abbildung 2 fasst das Vorgehen zusammen.

„Moderne“ Themen wie die oben erwähnten *Condition based maintenance* und *Predictive Maintenance* finden sich schwerpunktmäßig im Bereich Asset Management wieder. Häufig liegen die großen Probleme jedoch in planerischen Bereichen und im Bereich Nachhalten der Auftragsabarbeitung und Lernen aus Fehlern. Die IH-Landkarte hilft, auf die wichtigsten und dringendsten Probleme zu fokussieren und

1	<b>IH-Landkarte</b>	IH-Landkarte für das konkrete Werk (den konkreten Bereich) entwickeln
2	<b>Zielzustand</b>	Zielzustand je Teilprozessschritt der IH-Landkarte in den Dimensionen des Produktionssystems formulieren
3	<b>Ist-Zustand</b>	Ist-Zustand je Teilprozessschritt der IH-Landkarte in den Dimensionen des Produktionssystems aufnehmen
4	<b>Verbesserungsbedarf</b>	Verbesserungsbedarfe aus dem Vergleich zwischen Zielzustand und Ist-Zustand ableiten
5	<b>Dringlichkeit</b>	Dringlichkeit der Verbesserungsbedarfe feststellen
6	<b>Handlungsfelder</b>	Handlungsfelder durch Priorisierung der Verbesserungsbedarfe (unter Berücksichtigung der Dringlichkeit) festlegen
7	<b>Maßnahmen</b>	Maßnahmen zur Erreichung des Zielzustandes je Handlungsfeld entwickeln

Abbildung 2: Ablauf der Erstellung von Maßnahmen je Handlungsfeld

dies auf allen Ebenen bis zum Vorstand transparent zu kommunizieren. Das hilft, dass nicht ständig neuen Ideen hinterhergelaufen wird. Die Prozessdarstellungen aus den firmeneigenen Prozessportalen eignen sich für die Zwecke der Strukturierung und Kommunikation offensichtlich nicht. Wann und wo die IH-Landkarte in der hier beschriebenen Form erstmalig verwendet wurde, lässt sich nicht mehr feststellen.

## Produktionssystem

Produktionssystem ist eines der großen Schlagworte im Bereich der Optimierung der Produktion. Das vermutlich bekannteste ist das Produktionssystem von Toyota [5]. Für unsere Zwecke genügt es sich zu vergegenwärtigen, dass es bei der IH, genau wie in der Produktion, nicht nur auf die Prozesse (Ablauforganisation) ankommt, sondern auch auf viele andere Aspekte. Eine mögliche (sehr einfache) Gliederung der relevanten Aspekte in vier Hauptkategorien ist die folgende.

- A. Prozesse und Methoden
- B. Daten und IT-Systeme
- C. Aufbauorganisation einschließlich der Schnittstellen
- D. Unternehmenskultur, Aus- und Weiterbildung der Mitarbeiter

Beim Formulieren der Zielzustände für die IH-Landkarte ist stets darauf zu achten, dass alle vier Hauptkategorien berücksichtigt werden. Es nutzt ganz offensichtlich nichts, Best-in-class-Prozesse und Methoden zu definieren, wenn die notwendigen IT-Systeme nicht funktionieren oder die Führungskräfte und Mitarbeiter nicht engagiert „mitziehen“.



## 2.2 Ausbau der betrieblichen Führung als Voraussetzung für Nachhaltigkeit

Auf die immense Bedeutung der Führungskräfte in Veränderungsprozessen wird in der Literatur (z. B. [2, 8]) und in der Praxis immer wieder hingewiesen. Dennoch wird nach der Erfahrung des Autors häufig darauf verzichtet, das Thema Führung konsequent anzugehen. Nach den Beobachtungen des Autors sind viele betriebliche Führungskräfte (und der Autor schließt bewusst in diesem Kontext die VorarbeiterInnen mit ein) nicht für die Übernahme von Führungsaufgaben geschult, noch spielten die Führungskompetenzen eine Rolle bei der Besetzung der Stelle. Falls das Thema Führung in Veränderungsprozessen angegangen wird, dann halbherzig, z. B. in Form eines einzelnen Workshops für betriebliche Führungskräfte. Auf eine längerfristige Begleitung der Führungskräfte (z. B. in Form eines Coachings/einer Begleitung oder regelmäßigen Austauschs) oder Änderungen in der Personalentwicklung wird sehr häufig verzichtet.

Ein Veränderungsprozess in der IH braucht die tatkräftige Unterstützung aller Führungskräfte, vom Top-Management bis zur betrieblichen Führungskraft und VorarbeiterInnen. Letzteren kommt jedoch eine besondere Bedeutung zu, da sie in der täglichen Praxis maßgeblich über eine planmäßige, qualitativ hochwertige und kostengünstige Bearbeitung der IH-Aufträge (von der Planung bis zur Durchführung) entscheiden [9]. Engagierte und sachkundige Führungskräfte können häufig die Qualität und Effizienz der Abarbeitung von IH-Aufträgen durch bloßes Beobachten besser beurteilen als dies über Kenngrößen (KPI = key performance indicator) möglich ist. Ein gut durchdachtes KPI-Set ist wichtig, aber Führungskräfte vor Ort sind in der IH häufig wichtiger!

Für erfolgreiche Veränderungen in der IH, die nachhaltig wirken, empfehlen sich die folgenden Maßnahmen.

- Betriebliche Führungskräfte bezüglich der Führungsaufgaben schulen und im Rahmen einer Begleitung über einen längeren Zeitraum (mindestens 6 Monate) entwickeln
- Standardtagesablauf oder Wochenablauf für betriebliche Führungskräfte aufstellen mit klar definierten Zeiten für die Wahrnehmung von Führungsaufgaben vor Ort (in der Werkstatt, draußen vor Ort bei Infrastruktur-IH)
- Betriebliche Führungskräfte von administrativen Aufgaben entlasten, i. a. W. weniger „Papierkram“, mehr Zeit für Führung vor Ort
- Personalentwicklung nachjustieren, so dass die Führungskompetenzen der Mitarbeiter bei der Besetzung von betrieblichen Führungsstellen berücksichtigt werden

Falls eine flächendeckende Umsetzung zu Beginn nicht möglich erscheint, dann sollten die oben genannten Maßnahmen für einzelne Führungskräfte umgesetzt werden. Die positive Wirkung von gelungener betrieblicher Führung wird voraussichtlich ausstrahlen.

### **2.3 Verbesserung der Datenqualität und Analysekompetenz für kontinuierliche Verbesserung**

In Zukunft werden große Mengen an zusätzlichen Daten (über Sensoren) erhoben und verarbeitet (insbesondere mit Fokus *Predictive Maintenance*). Für die mit der Digitalisierung der IH verbundenen Verbesserungen sind konsistente und korrekte Daten ein Muss. In einem ersten Schritt sollten die heute bereits vorhandenen Daten (z. B. im ERP-System) auf Konsistenz und Korrektheit überprüft werden. Bei großen assetlastigen Unternehmen kann erfahrungsgemäß allein die Bereinigung der Anlagendaten u. U. mehrere Jahre in Anspruch nehmen.

Die vorhandenen Daten zu Ausfallhäufigkeiten, Ersatzteilbedarfen, Bearbeitungsdauern und vielem mehr werden heute teilweise nicht systematisch ausgewertet. Häufig werden Analysen, sofern sie überhaupt gemacht werden, von separaten Teams (teils in der Zentrale) erstellt. Oder es werden nur bedingt zweckmäßige Tools (z. B. Excel-basierte Analyse-Cockpits) genutzt. Typische Folgen sind Ineffizienz in der Analyse und mangelnde praktische Relevanz der Analyseergebnisse. Analyse-Cockpits sind sehr hilfreich, wenn es darum geht, standardisierte Auswertungen regelmäßig vor Ort vorzunehmen und eine Schulung der entsprechenden Mitarbeiter in Datenanalyse nicht sinnvoll erscheint. Probleme mit solchen Cockpits sind u. a. dass sich die Fertigstellung im Rahmen von Projekten oft verzögert, Zusatzanalysen für weitergehende Fragestellungen meist nicht möglich sind und die verwendeten Daten und die Berechnung der KPIs häufig nicht transparent sind.

Eine Methode zur stärkeren Nutzung der vorhandenen Daten ist die Stärkung der Analysefähigkeiten der Mitarbeiter vor Ort. PlanerInnen, TeamleiterInnen, VorarbeiterInnen sollten Grundfertigkeiten in der Auswertung ihrer Daten haben und Hypothesen (z. B. zu Ausfallhäufigkeiten bestimmter Bauteile) mittels geeigneter Datenanalysen schnell und sicher prüfen können. MitarbeiterInnen mit einer erkennbaren Affinität zu Zahlen und Datenanalysen sollten bewusst gefördert und gefordert werden. Mit welchen Tools die Analyse erfolgt, z. B. mit Business Intelligence Tools, MS Excel oder frei verfügbaren Tools wie R, muss im Gesamtkontext der IT-Strategie der Firma entschieden werden. Analysenfähigkeit vor Ort heißt ganz bewusst nicht, dass sich alle Standorte oder Einheiten ihre eigenen Tools „basteln“ sollen. Häufig wiederkehrende Analysen sollten durch zentrale (standardisierte) Analysetools erfolgen. Zudem empfiehlt sich ein regelmäßiger Austausch zwischen den Einheiten zu vorgenommenen Analysen, verwendeten Tools und erzielten Ergebnissen.

Ein positiver Zusatzeffekt: Wenn die Mitarbeiter selbst Analysen machen, ist der Wert der Daten für sie klarer erkennbar und „Ownership“ wird eher übernommen. Dann werden Mitarbeiter mehr Sorgfalt in gute Datenqualität stecken oder bei anderen auf eine bessere Qualität der Daten drängen.

### 3 Fazit

Fortschritt in der Instandhaltung wird heute ganz wesentlich mit *Predictive maintenance* (prognosebasierte IH) bzw. ganz allgemein mit Digitalisierung assoziiert. Das ist angesichts der fortschreitenden Digitalisierung in allen Industrie- und Lebensbereichen auch nachvollziehbar und richtig. *Predictive maintenance* (eines der Interessengebiete des Autors) gehört die Zukunft der Instandhaltung [1](#) [3](#) [10](#) [11](#).

Vorsicht ist jedoch geboten, wenn moderne Methoden als Lösung für die Probleme einer unzureichend funktionierenden IH-Organisation eingesetzt werden sollen. Ist die Performance der IH-Organisation heute unzureichend, dann empfiehlt sich der beschriebene methodische Ansatz für eine umfassende und nachhaltige Optimierung der IH. Die drei zentralen Bausteine sind eine gute Strukturierung der Verbesserungsbedarfe (IH-Landkarte und Produktionssystem), der Ausbau der betrieblichen Führung und eine Verbesserung der Datenqualität und der Analysekompetenz vor Ort.

Parallel zu diesem Optimierungsprozess sollten auch Firmen mit großem Verbesserungsbedarf parallel beginnen, die ersten Schritte in Richtung *Predictive maintenance* zu gehen. *Predictive maintenance* kann dann schrittweise ausgeweitet werden und wird umso besser wirken, je besser die sonstige IH-Organisation funktioniert.

### Literatur

- [1] Harald Bauer et al. *Smartening up with Artificial Intelligence (AI) - What's in it for Germany and its Industrial Sector?* McKinsey & Company, Apr. 2017.
- [2] Peter Tillman et al. *Getting smart about Change Management*. The Boston Consulting Group, Jan. 2017.
- [3] Sebastian Feldmann et al. *Predictive Maintenance – Service der Zukunft und wo er wirklich steht*. Roland Berger, Apr. 2017.
- [4] Sebastian Stern et al. *The rail sector's changing maintenance game*. McKinsey & Company, Dezember 2017.
- [5] Franz J. Brunner. *Japanische Erfolgskonzepte*. 2., überarbeitete Auflage. Carl Hanser Verlag München, 2011.

- [6] Thomas Frost, Jamie McCarthy und Dimitrios Androulakis. *How world-class maintenance can boost global manufacturing*. The Boston Consulting Group, 2017.
- [7] Amit Ganeriwalla, Karthik Valluru und Sachin Kotak. *More Than Spare Change – Capturing the MRO Advantage in Manufacturing*. The Boston Consulting Group, Nov. 2016.
- [8] Dennis McCarthy und Nick Rich. *Lean TPM – A blueprint for change*. Butterworth-Heinemann (Elsevier) Amsterdam, 2004.
- [9] R. Keith Mobley. *An Introduction to Predictive Maintenance*. 2nd edition. Butterworth-Heinemann (Elsevier) Amsterdam, 2002.
- [10] *Whitepaper: Predictive Maintenance mit R*. eoda, Kassel, 2014.
- [11] *Whitepaper: Predictive Maintenance: höhere Produktivität durch optimale Wartung*. SAS Institute.



# Modellierung von vorgespannten Gemäldewänden – Eine Anwendung der nichtlinearen Kontinuumsmechanik

Jörg Hornig-Klamroth\*

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

## Zusammenfassung

Gemälde als Gegenstand mechanischer Analysen sind das Thema dieser Arbeit. Dabei soll der Fokus auf der Statik vorgespannter Gemälde liegen. Es wird ein Überblick über den Aufbau von Ölgemälden aus strukturmechanischer Sicht gegeben und der Stand der Forschung auf diesem Gebiet dargestellt. Schwerpunkt dieser Arbeit soll die Modellierung von Leinwänden von Ölgemälden sein. Dabei wird auf die Membrantheorie und deren numerischen Umsetzung mit der Finiten Elemente Methode zurückgegriffen. Zu dem wird die Modellierung des Leinwandgewebes und ihrer Beschichtung diskutiert. Bei der Modellbildung des Kontaktes zwischen Leinwand und Rahmen wird der Rahmen vereinfachend als starrer Körper angenommen. Ergebnisse statischer FE-Analysen werden vorgestellt und der Vorspannungszustand und die zugehörigen Verformungen der Gemäldewand diskutiert.

*Schlüsselwörter:* Gemälde, Gewebe, FEM, Vorspannung

## 1 Einleitung

Gemälde sind wertvolle Kunstwerke, die über Epochen hinweg die Entwicklung der Kultur dokumentieren. Um diese wichtigen Kunstwerke zu erhalten, werden erhebliche Mühen von Museen und Galerien aufgewendet. Dabei ist die mechanische Analyse ein Bereich, der zunehmend Interesse weckt. Eine Vielzahl von Veröffentlichungen aus den

---

\*joerg.hornig@beuth-hochschule.de

letzten Jahrzehnten sind der Beschreibung des mechanischen Verhaltens und der Beanspruchung von Gemälden gewidmet. Dabei werden unterschiedliche Aspekte, wie z.B. dynamisches Verhalten beim Transport oder statisches Langzeitverhalten untersucht. In der jüngsten Vergangenheit wurden Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Gemälden an der TU Berlin durchgeführt (siehe [12]). Diese Untersuchungen waren im Wesentlichen experimenteller Natur. Bei der rechnerischen Analyse des dynamischen Verhaltens solcher Gemälde ist die Kenntnis des Vorspannungszustandes der Leinwand von großer Bedeutung, da die Vorspannung erheblichen Einfluss auf das Schwingverhalten des Systems, z.B. auf die Eigenfrequenzen, hat. Aus diesem Grunde widmet sich die vorliegende Arbeit der Analyse statischer Vorspannungen einer Gemäldeleinwand.

Die Ermittlung von statischen und dynamischen Beanspruchungen eines Gemäldes ist eine komplexe mechanische Aufgabenstellung mit zahlreichen Herausforderungen. Dies beinhaltet eine Vielzahl zu berücksichtigender physikalischer Effekte, wie z.B. nichtlineares Materialverhalten von textilen Bildträger (Leinwand) und der Beschichtung (Grundierung und Farbschichten), die Nichtlinearität durch Rahmenkontakt oder durch die Faltung der Leinwand sowie viskoelastische Effekte im Langzeitverhalten, die Schrumpfung beim Altern der Farbschicht, feuchtphysikalische und thermoelastische Effekte. Für eine Beschreibung des Spannungszustandes des Gemäldes sind diese Einflüsse in geeigneter Weise zu berücksichtigen. Darüber hinaus sorgen schwer zu quantifizierende Einflüsse dafür, dass die im konkreten Einzelfall vorliegende Konfiguration des Gemäldes häufig nicht exakt beschrieben werden kann. Gründe dafür sind unter anderem die Schwankungen der Kennwerte der natürlichen Materialien (Holzrahmen, Leinwandgewebe, Grundierung und Ölfarbe), die Unbestimmtheiten durch das gefühlsmäßige Spannen der Leinwand mittels Keilrahmen sowie der oft unbekannt Schichtaufbau des Gemäldes. Bei geschädigten Gemälden sind die Schäden in Ausmaßen und Positionen oft unbekannt.

In der vorliegenden Arbeit sollen einige Aspekte der Vorspannungsermittlung für ein Gemälde diskutiert werden. Es wird der Frage nachgegangen, welchen Einfluss die Randbedingungen, d.h. die Art der Befestigung der Leinwand am Rahmen und der Kontakt zwischen Rahmen und Leinwand, haben. Des Weiteren soll der Zusammenhang zwischen Verformung der Leinwand und dem in der statisch vorgespannten Leinwand herrschenden Spannungszustand untersucht werden. Es wird erwartet, dass aus diesem Zusammenhang die Vorspannung bei einem gegebenen Verformungszustand abgeschätzt werden kann. Hinsichtlich der Gemäldestruktur und Materialien wird sich hier an den von Kracht [12] untersuchten Gemälden der alter Meister<sup>1</sup> orientiert. Die Materialien sind die in dieser Epoche häufig verwendeten Leinwandgewebe, Ölfarben und Hasenleim als Grundierung. Während ab der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts

---

<sup>1</sup>Darunter wollen wir hier die Malerei vom 14. bis 18. Jahrhunderts verstehen.

Künstler mit Schichtdicken von bis zu 3 cm arbeiteten, kamen die alten Meister mit Schichtdicken von 1 mm und geringer aus, was eine Modellierung als Flächentragwerk rechtfertigt.

Um die Komplexität der Fragestellung zu reduzieren, werden einige Vereinfachungen vorgenommen, ohne das damit die Relevanz des jeweiligen Effektes als gering eingeschätzt wird. Die hauptsächlichen Vereinfachungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Beschreibung des Leinwandverhaltens erfolgt unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit<sup>[2]</sup>
- Der Gemälderahmen wird als starr betrachtet.
- Die Reibung zwischen Leinwand und Rahmen wird vernachlässigt.
- Das Gemälde weist keinerlei Beschädigung auf.

In dieser Arbeit wird zunächst ein Überblick über den strukturellen Aufbau von Gemälden sowie über den Stand der Forschung auf dem Gebiet der mechanischen Analyse von Gemälden gegeben. Es wird ein strukturelles Modell für Gemälde entwickelt. Dabei wird die Leinwand im Rahmen der Membrantheorie behandelt. Einigen Raum nimmt die Beschreibung des Kontaktes der Leinwand mit dem Rahmen und die Diskussion der Materialbeschreibung ein. Die strukturelle Analyse erfolgt mittels der Finiten Elemente Methode (FEM). In diesem Zusammenhang werden einige Fragen der Lösungsverfahren diskutiert. Für ausgewählte Beispiele werden Ergebnisse präsentiert.

## 1.1 Gemälde aus struktureller Sicht

Der prinzipielle Aufbau eines Gemäldes ist in Abbildung 1 dargestellt. Kracht hat für die experimentellen Untersuchungen sogenannte Gemäldedummies nach Art der alten Meister angefertigt lassen und strukturell untersucht [12]. Die hier betrachteten Strukturen entsprechen im Aufbau diesen Gemäldedummies.

Ein solches Ölgemälde besteht aus

- dem Rahmen, üblicher Weise aus Holz,
- dem Bildträger aus Leinwandgewebe (Leinen mit Leinwandbindung),
- einer Leimschicht, häufig aus Hasenleim,

---

<sup>2</sup>insbesondere bei einer beschichteten Leinwand ist diese Vereinfachung von einiger Bedeutung, da die ausgehärtete Ölfarbe eine beträchtliche Biegesteifigkeit aufweisen kann



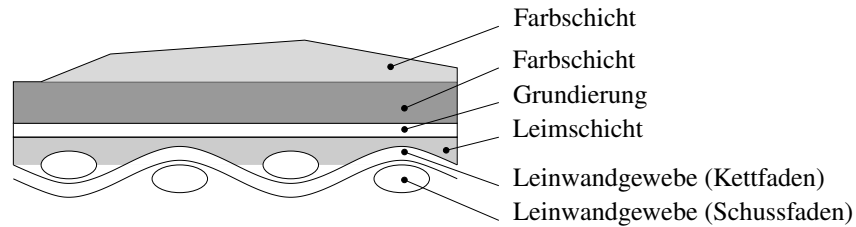


Abbildung 1: Schichtaufbau eines Gemäldes

- einer Grundierung aus Leimwasser, Zinkweiß, Kreise und Leinöl sowie
- den Farbschichten aus Ölfarbe.

Das Leinwandgewebe selbst besteht aus Kett- und Schussfäden. In dieses Gewebe betten sich ein Teil des Leimes und der Grundierung ein. Sofern man an einer detaillierten, lokalen Analyse der Beanspruchung nicht interessiert ist, kann dieser Aufbau als Schichtverbund betrachtet werden. Bei den Gemäledummies wird die Leinwand mit 10 mm bereiten Heftklammern am Rahmen befestigt. Bei historischen Gemälden wurden Spannägeln verwendet. Die Befestigung erfolgt an der Rahmenunterseite. Aufgrund der diskontinuierlichen Befestigung entsteht in einer vorgespannten Leinwand das typische Verformungsmuster, welches Restauratoren als Spanngirlande bezeichnen. Diese Spanngirlande ist in [Abbildung 2](#) (links) gezeigt.

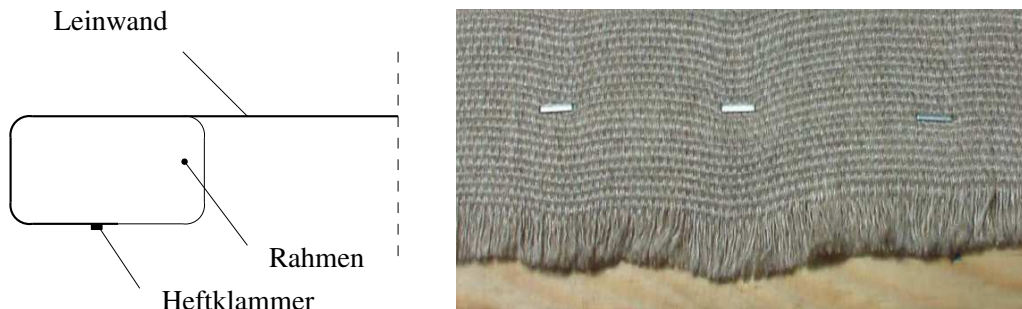


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Leinwandbefestigung am Rahmen durch Heftklammern (links) und Spanngirlande in einer mit Klammern befestigten Leinwand [12](#) (rechts)

Der Herstellungsprozess eines Gemäldes lässt sich in Kurzform wie folgt beschreiben: Die Leinwand wird auf dem Rahmen aufgespannt und mit Klammern oder Spannägeln

befestigt. Bei Verwendung eines Keilrahmens, kann die Spannung durch Einschlagen der Keile angepasst werden. Das nachfolgende Beschichten mit Grundierung und Ölfarbe und das Aushärten dieser Schichten können erhebliche Änderungen der Leinwandvorspannung hervorrufen. Der Beschichtungs- und Aushärtungsprozess ist recht kompliziert. Die chemischen Vorgänge werden in [12] zusammenfassend erläutert. Die für das mechanische Verhalten bedeutsamen Fakten sind hier der Gewichtsverlust<sup>3</sup> von 81% für die Leimschicht und 51% für die Grundierung nach einem bzw. fünf Tagen Trocknung sowie die Tatsache, dass das Leinwandgewebe durch die Aufnahme des Wassers aus dem Leim schrumpft und sich anschließend bei Trocknung ausdehnt, während der Leim erstarrt und beim Aushärten schrumpft. Der Aushärtungsprozess der Farbschichten führt zu einer Versprödung der Ölfarbe. Durch die Schrumpfung der Ölfarbe können ohne weitere mechanische Beanspruchungen Risse<sup>4</sup> entstehen. Aus dynamischen Untersuchungen wurde von Kracht geschlossen, dass die gealterte, versprödete Ölfarbe ein nahezu lineares Materialverhalten aufweist, während die noch frische Ölfarbe nichtlineares Materialverhalten zeigt.

## 1.2 Stand der Forschung

Die Literatur zur Beschreibung des physikalischen Verhaltens von Gemälden umfasst zahlreiche Schriften zu den Themen:

- Modellierung der Gemälde mit FEM,
- Schwingungsverhalten von beschichteter Leinwand und Rahmen,
- statisches Langzeitverhalten bei Auftreten von Kriechen,
- Materialverhalten des Leinwandgewebes,
- Materialeigenschaften der Grundierung und der Farbschichten,
- Alterung der Farbschichten,
- Materialverhalten bei Temperatur, Feuchte und bei Einwirkung von Reinigungsmitteln,
- Beschreibung dynamischer Belastungen sowie anderer Umwelteinwirkung während Transport und in Museen,
- Schädigungstypen und -mechanismen

---

<sup>3</sup>Über die Volumenänderung liegt keine Information vor.

<sup>4</sup>Die von Restauratoren verwendeten Bezeichnung der Schäden in Gemälden unterscheiden sich von den in der Mechanik üblichen Begriffen. Die hier erwähnten Risse werden von den Restauratoren als "Sprünge" bezeichnet, während Restauratoren mit dem Begriff "Risse" Delaminationen beschreiben.

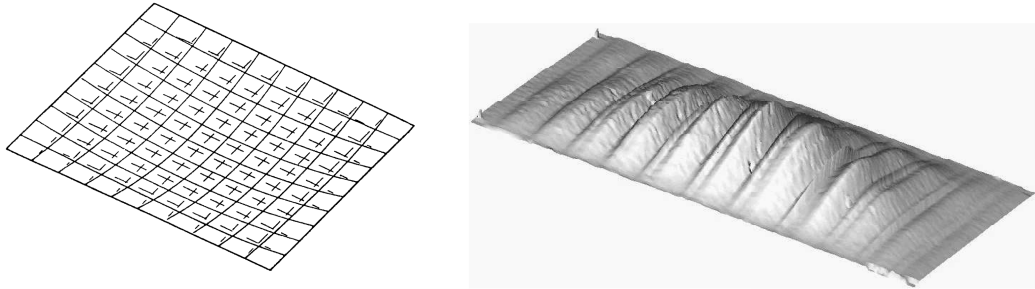


Abbildung 3: FE-Simulation der Schwingform einer kontinuierlich gelagerten Leinwand nach [15] (links) und gemessene 1. charakteristische Schwingform bei diskontinuierlicher Lagerung nach [12] (rechts)

Als grundlegende Arbeiten auf dem Gebiet der mechanischen Modellierung von Gemälden und deren numerischer Analyse mittels FEM werden die Arbeiten von Mecklenburg aus dem Jahre 1990 (siehe [15] und [16]) angesehen. Mecklenburgs Arbeiten enthalten Angaben zu Materialeigenschaften von Leinwand, Grundierung und Ölfarben aus einachsigen Versuchen. Es zeigt sich ein großer Einfluss der Farbpigmente auf die elastischen Eigenschaften der Farbschichten. Darüber hinaus sind in den Arbeiten Mecklenburgs auch Angaben zum thermischen und feuchtephysikalischen Verhalten von Gemälden und den Umgebungsbedingungen, denen Gemälden in Gebäuden ausgesetzt sein können (siehe [14] and [17]), zu finden. In [15] modelliert Mecklenburg den Schichtaufbau von Leinwand, Grundierung und Farbschichten nach der klassischen Laminattheorie. Das FE-Modell des Gemäldes besteht aus 300 Plattenelementen mit einer kontinuierlicher Lagerung an den Rändern. Mecklenburg untersucht in diesen Arbeiten dynamisches Verhalten bei stoßartiger und harmonischer Belastung. Bei diesen dynamischen Analysen wurde eine Vorspannung des Gemäldes berücksichtigt, die im Gemälde konstant war. Mecklenburg wählte verschiedene Werte für eine Vorspannung, ohne diese genauer zu diskutieren. Abbildung 3 (links) zeigt die sich ergebende Schwingform bei einer harmonischen Belastung. Dem wird in Abbildung 3 (rechts) ein experimenteller Befund von Kracht [12] gegenübergestellt. Hier wurde ein Gemälde mit einer am Rahmen durch Klammern diskontinuierlich befestigten Leinwand untersucht. Das zu erkennende Wellenmuster der 1. charakteristischen Schwingform wurde auf diese Lagerung zurückgeführt.

Kracht untersucht in ihrer Arbeit [12] den Effekt von Alterung auf das dynamische Verhalten. Dazu werden Gemälde künstlich gealtert sowie anschließend dynamisch erregt und analysiert. Es werden Meßergebnisse zu den während eines Transportes auftretenden dynamischen Lasten angeben.

Arbeiten zu den verschiedensten Aspekten des Transports von Gemälden, beginnend

bei der Mechanik bis hin zur Versicherung, sind in den Beiträgen zur Konferenz "Art in Transit" aus dem Jahr 1990 [1] gesammelt.

Weitere Ansätze für FE-Analysen von Gemälden finden sich in den Arbeiten von de Willigen [26] und Chiriboga [6]. De Willigen beschreibt in seiner Arbeit [26] Ansätze zur Behandlung zahlreicher Problemstellungen im Bereich Gemäldebeanspruchung, von der Beschreibung der Struktur und möglicher Schadensbilder, über das Materialverhalten bis zur FE-Modellierung von Rissen und Betrachtung zur Betriebsfestigkeit. Chiriboga untersucht das dynamische Verhalten von Gemälden. Seine Arbeit [6] beinhaltet experimentelle Ergebnisse zweiachsiger Zugversuche für die Leinwand. Es wird ein Versuchsaufbau für eine vorgespannte, akustisch erregte Leinwand und ein zugehöriges FE-Modell vorgestellt.

Ergebnisse zweiachsiger Zugversuche für Leinwände werden auch von Young in [30] vorgestellt. Young untersucht auch die Einflüsse von niedrigen Temperaturen auf die Eigenschaften moderner Materialien [31]. Die elastischen Eigenschaften der Ölfarbe eines realen Gemäldes werden von Salvant [19] mittels Nanoindentation untersucht. Hervorzuheben ist der Unterschied zu einigen Messungen Mecklenburgs, die auf den Einfluss der Alterung zurückgeführt werden.

## 2 Die strukturmechanische Modellierung des Gemäldes

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein mechanisches Modell von Gemälden vorzustellen und eine Abschätzung des Vorspannungszustandes in einer Gemäldeleinwand zu geben. Diese Vorspannungen lassen sich experimentell nicht direkt bestimmen. Sie sind sowohl in der Größe als auch in ihrer Verteilung unbekannt. Allerdings werden die statischen Deformationen und die Eigenfrequenzen der Leinwand von der Vorspannung erheblich beeinflusst. Sind die statischen Deformationen beispielsweise bekannt, so könnte daraus Rückschlüsse auf den Vorspannungszustand gezogen werden. Voraussetzung dafür ist jedoch eine gute Kenntnis der Systemeigenschaften und eine geeignete strukturmechanische Modellierung des Gemäldes. Für letzteres bietet sich die Finite Elemente Methode (FEM) an. Die Vorspannung ist in der Regel aber kein direkter Modellierungsparameter in einer FE-Analyse und zudem für die vorliegende Problemstellung unbekannt. Sie muss also auf indirektem Wege ermittelt werden. Dies soll hier durch eine Nachbildung des Spannprozesses geschehen. Im Abschnitt [1.1] ist auf die Ursachen der Vorspannung hingewiesen worden, nämlich den Bespannprozess der Leinwand selbst als auch die Schrumpfung der Beschichtung, also der Grundierung und der Farbschichten. Der Bespannprozess wird durch die Simulation des in Abbildung [4] illustrierten Vorganges berücksichtigt. Die in dieser Arbeit verwendeten und in Abschnitt [2.2] beschriebenen Membranelemente kommen dieser Art der Betrachtung sehr entgegen, da sie nicht mit Verschiebungen sondern mit den Knotenpositionen einer (ebenen) Referenz und

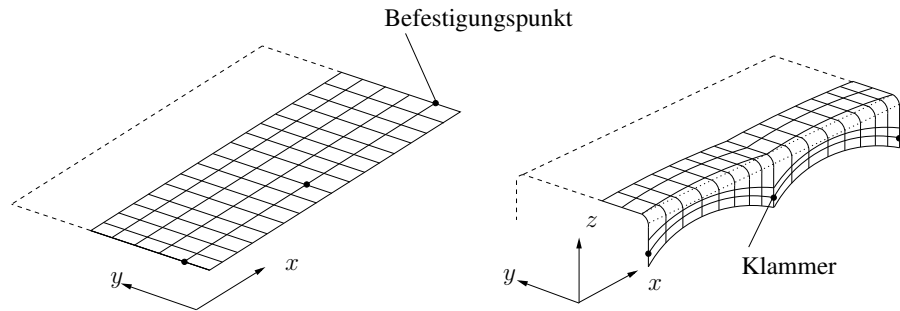


Abbildung 4: Illustration des Bespannvorganges: Aus der ebenen Lage (links) wird die Leinwand auf dem Rahmen positioniert (rechts) und Befestigungspunkten die Klammern gesetzt

der aktuellen Lage formuliert wurden. Es ist somit nicht zwingend erforderlich, von der Referenzkonfiguration schrittweise in die aktuelle Lage überzugehen, sondern man könnte die Elemente direkt eine abgeschätzte Position auf dem Rahmen einnehmen und dann die Gleichgewichtslage iterativ bestimmen lassen. Die zweite Quelle der Vorspannung, der Schrumpfung von Grundierung und Farbschichten, wird in dieser Arbeit analog zu Temperaturdehnungen modelliert. Hingewiesen werden soll noch auf die statischen Verformungen, die hier als Indiz für die Vorspannungen herangezogen werden. Diese sind z.B. in der in Abbildung 2 gezeigten Spanngirlande erkennbar<sup>5</sup>.

## 2.1 Verformungszustand und Membrankräfte

Die Leinwand wird als Membran modelliert. Da die Leinwand beim Bespannen um den Rahmen gelegt wird, sind große Rotationen zu berücksichtigen. Um den Verzerrungszustand bei großen Rotationen korrekt zu erfassen, werden hier die Greenschen Verzerrungen verwendet. Das zu den Greenschen Verzerrungen energetisch konsistente Beanspruchungsmaß ist der 2. Piola–Kirchhoff Spannungstensor. Im Rahmen der Membrantheorie werden statt dieser Spannungen die 2. Piola–Kirchhoff Membrankräfte zur Beschreibung des Beanspruchungszustandes genutzt. Das ist insbesondere bei Geweben sinnvoll, da der Spannungsbegriff aufgrund der Struktur des Gewebes oft unzureichend ist. Ausgangspunkt für die Problembeschreibung und der FE-Formulierung ist das Prinzip der virtuellen Verschiebungen, das mit den Greenschen Verzerrungen und den 2. Piola–Kirchhoff Membrankräften formuliert wird. Auf dieser Basis wurden von

<sup>5</sup>Die Spanngirlande ist jedoch nur für Gemälde unter Laborbedingungen, d.h. Gemäledummies anwendbar. Reale Gemälde werden während Restaurationsarbeiten oft vom Rahmen genommen und neu gespannt. Da diese Gemälde dann grundiert und bemalt sind, bleiben die Spanngirlanden unter Umständen fixiert, auch wenn keine Vorspannung mehr wirken sollte.

Schoop [20] Finite Elemente entwickelt, die für räumliche Membranstrukturen, welche nach einem Schnittmuster aus ebenen Bestandteilen zusammengesetzt werden, sehr vorteilhaft ist. Hier werden die Grundzüge dieser FE-Formulierung dargelegt. Eine ausführliche Beschreibung findet sich in den Arbeiten von Taenzer [24] oder Hornig [9].

Zur Analyse des Deformationszustandes einer Membran wird die Momentankonfiguration (MKF) und eine Referenzkonfiguration (RKF) betrachtet. Es soll hier von einer ebenen Referenzkonfiguration ausgegangen werden. Dies ist zwar nicht zwingend erforderlich, im Hinblick auf die Herstellung von Membranstrukturen mittels Schnittmuster, jedoch sehr zweckmäßig.

Ein gerichtetes materielles Linienelement der Referenz  $d\mathbf{X}$  geht durch Bewegungsprozesse in ein Linienelement  $d\mathbf{x}$  in der Momentankonfiguration über.

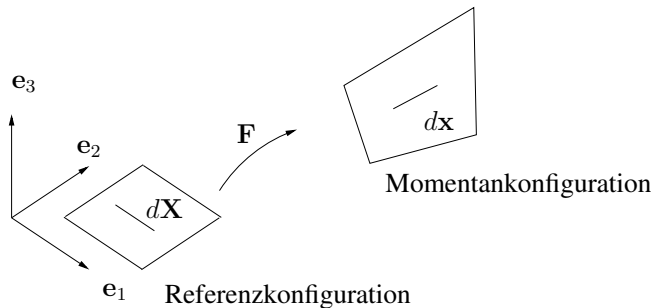


Abbildung 5: Abbildung eines Linienelementes von der Referenz- in die Momentankonfiguration

**Deformationsgradient:** Dieser Prozeß wird durch den Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  beschrieben<sup>6</sup>

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad \text{bzw.} \quad dx_i = F_{i\alpha} dX_\alpha \quad (1)$$

Es gilt für  $i$  und die meisten lateinischen Indizes  $i = 1, 2, 3$ . Griechische Indizes können die Werte 1 und 2 annehmen, d.h.  $\alpha = 1, 2$ . Zu beachten ist, dass hier die Komponentenmatrix des Deformationsgradienten die Dimension  $3 \times 2$  hat, da die Abbildung aus der Ebene in den Raum erfolgt.

Der Deformationsgradienten kann nun multiplikativ in einen Drehtensor  $\mathbf{R}$  und einen Strecktensor zerlegt werden (siehe z.B. Becker & Bürger [4]):

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \quad \text{bzw.} \quad F_{i\alpha} = R_{i\beta} U_{\beta\alpha} = V_{ij} R_{j\alpha} \quad (2)$$

Diese polare Zerlegung ist in Abbildung 6 illustriert.

<sup>6</sup>Sofern nicht anders angegeben wird entsprechend der Summenkonvention über gleiche Indizes summiert.

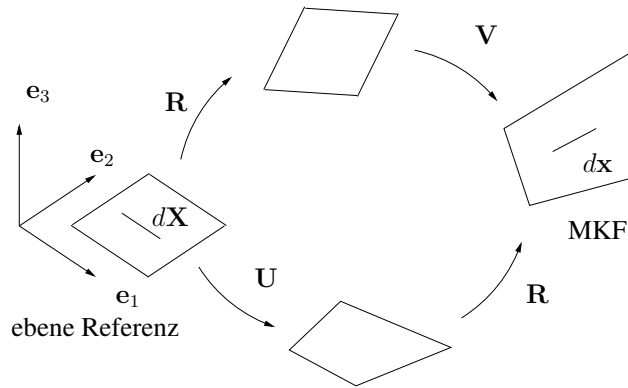


Abbildung 6: Interpretation der polaren Zerlegung des Deformationsgradienten

**Dehnungsmaße:** Die Strecktensoren sind unter den Bezeichnungen rechter Strecktensor  $\mathbf{U}$  bzw. linker Strecktensor  $\mathbf{V}$  bekannt. Als weitere Verformungsmaße sollen der rechte Cauch–Green–Strecktensor  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} \quad \text{bzw.} \quad C_{\alpha\beta} = F_{i\alpha} F_{i\beta} = U_{\alpha\gamma} U_{\gamma\beta} \quad (3)$$

und der Greensche Verzerrungstensor  $\mathbf{D}$ :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{E}) \quad \text{bzw.} \quad D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (C_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}) \quad (4)$$

genannt werden. Für die Notation mittels Indeschreibweise beziehen sich die Komponenten auf die kartesische Basis der Referenz  $\mathbf{e}_\alpha$ .  $\mathbf{E}$  ist der planare Einheitstensor, der sich in Indeschreibweise als  $\delta_{\alpha\beta}$  schreibt.

**Spannungen und Membrankräfte** Die planaren 2. Piola Kirchhoff Spannungen  $T_{\alpha\beta}$  beschreiben die Beanspruchungen mit Bezug auf die kartesische Basis in der Referenzkonfiguration. Wegen des unterstellten ebenen Spannungszustandes sind die nicht planaren Anteile des Spannungstensors definitionsgemäß Null. Hier wird als Beanspruchungsmaß der 2. Piola Kirchhoff Membrankrafttensor

$$\mathbf{S} = S_{\alpha\beta} \mathbf{e}_\alpha \circ \mathbf{e}_\beta \quad (5)$$

verwendet.  $\mathbf{e}_\alpha \circ \mathbf{e}_\beta$  beschreibt das dyadische Produkt der Basisvektoren. Dem Wesen nach sind Membrankräfte auf die Breite bezogenen Kräfte. Für kontinuierliche Membranen mit einer Dicke  $h$  kann ein einfacher Zusammenhang mit den Spannungen

<sup>7</sup>bezüglich der Referenzkonfiguration

angegeben werden:

$$\mathbf{S} = hT_{\alpha\beta} \mathbf{e}_\alpha \circ \mathbf{e}_\beta \quad (6)$$

Für Gewebe mit ihrer inneren Struktur und ungleichmäßigen Materialverteilung ist dieser Zusammenhang nicht gültig<sup>8</sup>. Da in der Regel die experimentell bestimmten elastischen Eigenschaften für das gesamte Gewebe aus Kraftmessungen an einem Gewebestreifen mit vorgegebenen Breite ermittelt werden, ist hierbei die Verwendung der Membrankräfte sinnvoll.

Durch die Ableitung der 2. Piola–Kirchhoff Membrankräfte nach den Greenschen Verzerrungen erhält man die Membransteifigkeiten

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial D_{\gamma\delta}} \quad (7)$$

in Form des Steifigkeitstensors  $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , einem Tensor 4. Ordnung.

## 2.2 FE-Modellierung der Leinwand

Die Grundzüge der Elementformulierung werden hier dargelegt. Details finden sich in den Arbeiten von Schoop [20], Taenzer [24], Hornig [9] sowie bei Verhoeven [25] und Lübcke [13]. Durch die Vernachlässigung der Biegeeffekte ist die Formulierung von Membranelementen vergleichsweise einfach. Der Aufwand für die Berechnung von Steifigkeitsmatrizen und Kraftvektoren ist relativ gering. Bei sehr dünnen Tragwerken sind Membranelemente oft eine effektive Alternative zu den Schalenelementen. Das hier vorgestellte Membranelement ist darüber hinaus für Strukturen geeignet, die aus (nach einem Schnittmuster gefertigten) Bahnen zu einer räumlich gekrümmte Membran zusammengesetzt werden. Auf die finite Elemente Methode übertragen heißt das, daß es eine aus mehreren Teilen bestehende, ebene Referenzkonfiguration (RKF) der Membranstruktur gibt. Diese ebenen Einzelteile werden in der räumlichen, aktuellen Lage (oder Momentankonfiguration, MKF) zusammengefügt. Programmtechnisch geschieht diese Verknüpfung der einzelnen Membranteile zur gesamten Membranstruktur durch je eine Knoten- und Elementnumerierung für die Referenzkonfiguration und die Momentankonfiguration. Hierdurch können unterschiedliche Knoten in der RKF einem Knoten in der MKF zugewiesen und die Membranteile dadurch "vernäht" werden. Die Knotenanzahlen in der RKF und der MKF ist somit im Allgemeinen unterschiedlich. Der Grundgedanke der Schnittmustermethode ist in Abbildung 7 veranschaulicht.

---

<sup>8</sup>Um auch bei Geweben diesen Zusammenhang zwischen Spannungen und Membrankräften verwenden zu können, definiert man gelegentlich "effektive Dicken" und verschmiert die Gewebeeigenschaften (siehe z.B. [6]). Dabei erhält man unterschiedliche Dicken für Kett- und Schussrichtung.



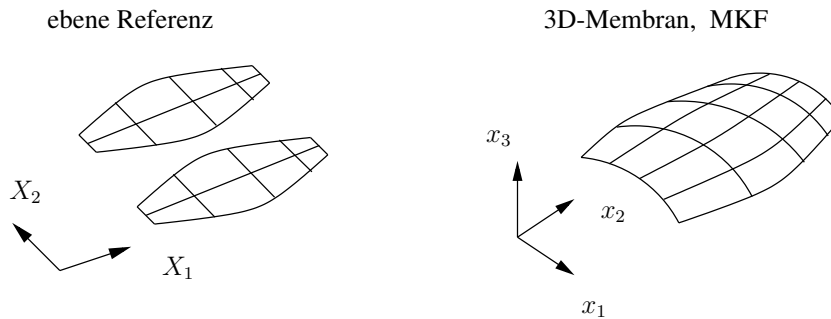


Abbildung 7: Ebenes Schnittmuster und räumliche Membran

**Die Greensche Verzerrungen im finiten Element** ergeben sich aus den Gleichungen [3](#) und [4](#), wobei der Deformationsgradient  $F_{i\alpha}$  aus der FE-Interpolation der Koordinaten gewonnen wird. Zur Beschreibung der Membranfläche in einem Viereckselement werden die Flächenkoordinaten  $q^\Lambda$  (mit  $\Lambda = 1, 2$ )

$$q^1 = \xi \quad q^2 = \eta \quad (8)$$

verwendet. Die Position der Membran zwischen den Elementknoten wird interpoliert.

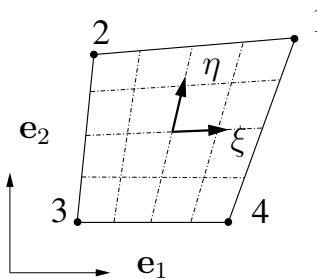


Abbildung 8: Viereckselement in der Referenzebene

Zur Beschreibung der MKF-Knotenkoordinaten  $x_{ik}$  werden die folgenden Indizes verwendet:

- $i$  – Richtungsindex, er kennzeichnet die drei Koordinatenrichtungen  $\mathbf{e}_i$
- $k$  – Knotenindex, er läuft über die lokalen Knotennummern (1 bis 4) des Elementes

Für die Referenzkoordinaten  $X_{\alpha k}$  gilt Gleiches mit den Referenzrichtungen  $\mathbf{e}_1$  und  $\mathbf{e}_2$ . Die eingeführte lokale Knotennummerierung wird in der Abbildung [8](#) gezeigt.

Sowohl in der RKF als auch MKF werden die Koordinaten bilinear interpoliert:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= h_k \mathbf{X}_k & \text{oder} & & X_\alpha &= h_k X_{\alpha k} \\ \mathbf{x} &= h_k \mathbf{x}_k & \text{oder} & & x_i &= h_k x_{ik} \end{aligned} \quad (9)$$

Dabei lauten die Funktionen für die bilineare Interpolation:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{4} (1 + \eta) (1 + \xi) & h_2 &= \frac{1}{4} (1 + \eta) (1 - \xi) \\ h_3 &= \frac{1}{4} (1 - \eta) (1 - \xi) & h_4 &= \frac{1}{4} (1 - \eta) (1 + \xi) \end{aligned} \quad (10)$$

Mit den eingeführten Beschreibungen der Flächen in der Referenz und der aktuellen Lage kann nun der Deformationsgradient  $F_{i\alpha}$

$$F_{i\alpha} = \frac{\partial x_i}{\partial X_\alpha} = \frac{\partial x_i}{\partial q^\Lambda} \frac{\partial q^\Lambda}{\partial X_\alpha} \quad (11)$$

bestimmt werden. Die Ableitung

$$\frac{\partial x_i}{\partial q^\Lambda} = \frac{\partial h_k}{\partial q^\Lambda} x_{ik} \quad (12)$$

kann aus den gegebenen Ansatzfunktionen ermittelt werden, so daß mit der Jacobi Matrix bzw. der inversen Jacobi Matrix

$$J_{\Lambda\alpha} = \frac{\partial h_k}{\partial q^\Lambda} X_{\alpha k} \quad J_{\Lambda\alpha}^{-1} = \frac{\partial q^\Lambda}{\partial h_k X_{\alpha k}} \quad (13)$$

auch der Deformationsgradient bestimmt ist:

$$F_{i\alpha} = \frac{\partial h_k}{\partial q^\Lambda} x_{ik} J_{\Lambda\alpha}^{-1} \quad (14)$$

Die Greenschen Verzerrungen ergeben sich dann aus den Gleichungen [3](#) und [4](#)

**Die Knotenkräfte und Steifigkeitsmatrix** ergeben sich nun aus den Standardverfahren der Finiten Elemente Methode (siehe z.B. [3](#), [28](#) oder für die hier verwendeten Elemente [20](#)). Ausgangspunkt der FE-Formulierung bildet hier das Prinzip der virtuellen Verschiebungen

$$\delta A^i = \delta A^a \quad (15)$$

mit den inneren bzw. äußeren virtuellen Arbeiten  $\delta A^i$  und  $\delta A^a$ . Die virtuelle innere Arbeit eines Elementes ist

$$\delta A_{el}^i = \int_A S_{\alpha\beta} \delta D_{\beta\alpha} dA = \int_A S_{\alpha\beta} \frac{\partial D_{\beta\alpha}}{\partial x_{ik}} dA \delta x_{ik} = f_{ik}^{i,el} \delta x_{ik} \quad (16)$$

In Gleichung 16 sind  $f_{ik}^{i,el}$  die inneren Elementknotenkräfte<sup>9</sup>. Da für eine aktuelle Konfiguration mit gegebenen Knotenkoordinaten  $x_{ik}$  die interpolierten Verzerrungen bekannt sind, können die Membrankräfte  $S_{\alpha\beta}$  aus dem Materialgesetzen, auf die in Abschnitt 2.3 eingegangen wird, bestimmt und die Elementknotenkräfte berechnet werden. Durch Ableitung der Elementknotenkräfte nach den Elementfreiheitsgraden erhält man die Elementsteifigkeitsmatrix:

$$K_{ik\ mn}^{i,el} = \frac{\partial f_{ik}^{i,el}}{\partial x_{mn}} \quad (17)$$

$$= \int_A \left( \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial D_{\gamma\delta}} \frac{\partial D_{\gamma\delta}}{\partial x_{mn}} \frac{\partial D_{\beta\alpha}}{\partial x_{ik}} + S_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 D_{\beta\alpha}}{\partial x_{ik} \partial x_{mn}} \right) dA \quad (18)$$

Die notwendigen Integrationen werden numerisch mittels Gauß-Integration ausgeführt (siehe z.B. 7). Zur Berechnung der Knotenkräfte und Steifigkeiten aus den äußeren Lasten wird auf die Literatur 20, 24 verwiesen.

**Globales Knotengleichgewicht:** Aus den Elementkräften werden die Vektoren der gesamten an den Knoten wirkenden inneren bzw. äußeren Kräfte  $\mathbf{f}_i$  und  $\mathbf{f}_a$  bzw. das sich daraus ergebende Residuum zusammengesetzt. Die globalen inneren und äußeren Knotenkraftvektoren müssen die Gleichgewichtsbedingung

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{a}) - \mathbf{f}_a(\mathbf{a}) = \mathbf{0} \quad (19)$$

erfüllen. Die unbekanntenen Größen sind dabei die Knotenpositionen  $x_{ik}$ . Im Vektor  $\mathbf{a}$  sind diese unbekanntenen Knotenkoordinaten zusammengefaßt. In der Regel sind die Kraftvektoren von den unbekanntenen Knotenpositionen  $x_{ik}$  abhängig, was ein iteratives Vorgehen erforderlich macht. Auf die Lösungsverfahren dieser Gleichungen wird im Abschnitt 4 eingegangen.

## 2.3 Materialverhalten

### Leinwandgewebe

Die materialtheoretische Modellierung der Leinwand ist eine der großen Herausforderungen bei der Analyse von Gemälden. Betrachtet man zunächst das reine Leinwandgewebe, so ist dem strukturellem Aufbau des Gewebes Rechnung zu tragen. Bei einer Belastung des Gewebes ist nicht nur mit einer Dehnung der Fäden zu rechnen, sondern auch die Bewegung der verwobenen Fäden zu einander, die sich strecken und

---

<sup>9</sup>Das hochgestellte  $i$  verweist auf die *inneren* Elementkräfte. Die Summenkonvention gilt hier nicht. Der Index  $el$  steht für die Elementnummer.

neu ausrichten. Bei geringer Belastung ist dieser Effekt der bestimmende. Ballhause [2] beschreibt in seiner Arbeit drei unterschiedliche Mechanismen der Gewebedehnung bei Zug: 1. Fasergleiten bei Lastbeginn, 2. Strukturdehnungsbereich mit Glättung der Fäden und 3. den Materialdehnungsbereich mit einer Dehnung der Fäden selbst. Daraus ergibt sich ein im Grundsatz nichtlineares Strukturverhalten von Geweben. Bei einer Schubbelastung ist ebenfalls ein nichtlineares Verhalten zu beobachten, wenn die Fäden, nach einer Phase der Umorientierung in Lastrichtung, großflächig Kontakt bekommen und "auf Block" gehen. Zur Modellierung von Geweben sind zahlreiche Arbeiten erschienen. Es sind unterschiedlichen Betrachtungsweise festzustellen. Zum einen sind die analytischen Ansätze zur Beschreibung des Gewebeverhaltens aus der Geometrie und den Fadeneigenschaften zu nennen. Einen Überblick hierüber kann man in der Arbeit von Hu [10] finden. Ein weiterer Weg ist die Modellierung der Gewebe durch eine vereinfachte Nachbildung der Gewebestruktur für numerische Simulationen, z.B. mittels Diskreter Elemente Methode. Als Beispiel sei hier die bereits oben erwähnte Arbeit von Ballhause [2] genannt. Des Weiteren sind phänomenologische Ansätze zu nennen, die durch geeignete Approximationen von Spannungs-Dehnungs-Verläufe experimentelle Ergebnisse nachbilden. Üblicherweise werden hierfür Ansätze für die Formänderungsenergiegedichte gemacht, aus denen sich durch Ableiten nach den Dehnungen die Spannungen bzw. Membrankräfte und die Steifigkeiten ergeben. In der Arbeit von Yeoman [29] sind mehrere Ansätze für Formänderungsenergien aufgelistet. Ein Ansatz, der für beschichtete Gewebe verwendet wurde ist in Schoop [21] und Hornig [9] zu finden. Experimentelle Untersuchungen zum Materialverhalten von Leinwandgeweben sind in den Arbeiten von Mecklenburg [15] zu finden. Hier werden E-Moduli aus einachsigen Zugversuchen bei unterschiedlichen Luftfeuchtigkeiten präsentiert. Ergebnisse aus zweiachsigen Zugversuchen finden sich bei Young [30]. Chiriboga [6] präsentiert in seiner Arbeit die Ergebnisse aus einachsigen Zugversuchen mit zweiachsiger Verformungsmessung. Diese Ergebnisse sind für ein Leinengewebe (rijn linen) mit einem Flächengewicht von  $275g/mm^2$  in den Abbildungen [9] und [10] wiedergegeben. Es werden die üblichen Ingenieurgrößen als Spannungs- und Dehnungsmaße verwendet. In Abbildung [9] sind die Spannungs-Dehnungsverläufe für einachsige Zugversuche jeweils in Schussrichtung (weft) und Kettrichtung (warp) dargestellt<sup>[10]</sup>. Zu erkennen ist die deutlich höhere Dehnung bei Bruch des Gewebes in Kettrichtung (warp) von etwas 24% gegenüber ungefähr 3% in Schussrichtung (weft). Die von Chiriboga angegebenen E-Moduli unterscheiden sich mit  $E_1 = 3302MPa$  und  $E_2 = 128MPa$  sehr voneinander [11]. Diese E-Moduli wurden für das unbelastete Gewebe angegeben, was in Abbildung [9]

<sup>10</sup>Schuss- und Kettrichtung – weft and warp – werden bei Chiriboga mit 1- bzw. 2. Richtung bezeichnet.

<sup>11</sup>Allerdings ist zu beachten, dass Chiriboga diese Größen auf unterschiedliche effektive Dicken  $h_e$  bezieht, nämlich auf  $0.094mm$  für die Schussrichtung und  $0.215mm$  für die Kettrichtung. So ist das Verhältnis  $\frac{E_1}{E_2} = 25.8$  mehr als doppelt so groß wie das Verhältnis der Membransteifigkeiten

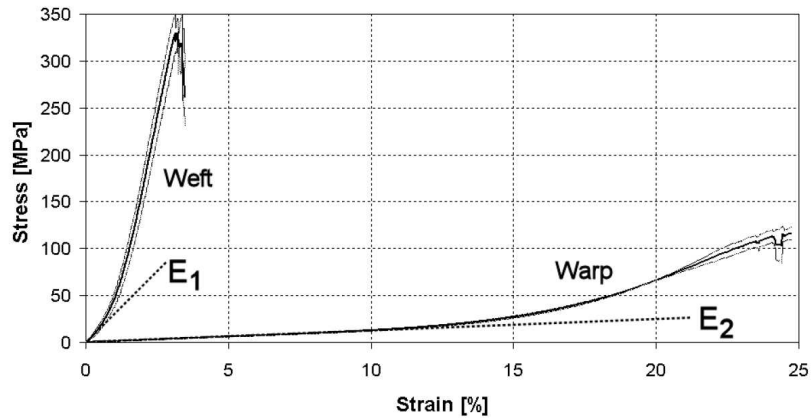


Abbildung 9: Spannungen und Dehnungen – Ergebnisse einachsiger Zugversuche für ein Leinwandgewebe (*rijn linen* mit  $275\text{g/mm}^2$  Flächengewicht) in Kett-richtung/Warp und Schussrichtung/Weft (Quelle: Chiriboga [6])

durch die eingezeichneten Tangenten im Nullpunkt illustriert wird. Bei weiterer Belastung steigen die Spannungen überproportional an. Das Materialverhalten ist sichtbar nichtlinear, wobei die Steigung der Kurven in einem großen Bereich nahezu konstant ist.

Für den Zugversuch in Schussrichtung sind in Abbildung [10] die Längsdehnungen (Dehnungen in Schussrichtung, *Y-Strain*) und die Querdehnungen (Kett-richtung, *X-Strain*) angegeben. Hier wird hier eine Besonderheit der Gewebe deutlich. Bei geringer Belastung sind die Dehnungen sowohl in Kett- als auch in Schussrichtung positiv, d.h. die Leinwandprobe wird unter Zug nicht nur länger sondern auch breiter. Bei üblichen Materialien rechnet man hier mit einem Schmalwerden der Probe. Dieses ungewöhnliche Verhalten ist auf die Gewebestruktur zurückzuführen. Da sich die Fäden in Zugrichtung anfangen zu glätten, verformen sich auch die Querfäden, was zu einer positiven Querdehnung führt. Das hier gezeigte Verhalten wird *auxetisch* genannt und wurde in [18] und [5] im Überblick diskutiert. Im weiteren Verlauf werden die Querdehnungen negativ, wie das für eine Vielzahl von Ingenieurmaterialien üblich ist [12]. Für die strukturmechanische Beschreibung eines Gemäldes ist in vielen Betrachtungen die beschichtete Leinwand maßgeblich. Es ist davon auszugehen, dass die Leinenfäden der grundierten Leinwand teilweise oder ganz durch Leim und Grundierung getränkt werden und zumindest teilweise in dieser Matrix eingebettet sind. Inwieweit die Beweglichkeit der Fäden noch vorhanden ist und Einfluss auf die elastischen Eigenschaften

$$\frac{E_1 h_{e1}}{E_2 h_{e2}^2} = 11.3.$$

<sup>12</sup>Dabei wird ein Wert von  $\nu_1 = 2.5$  für die Querkontraktionszahl erreicht!

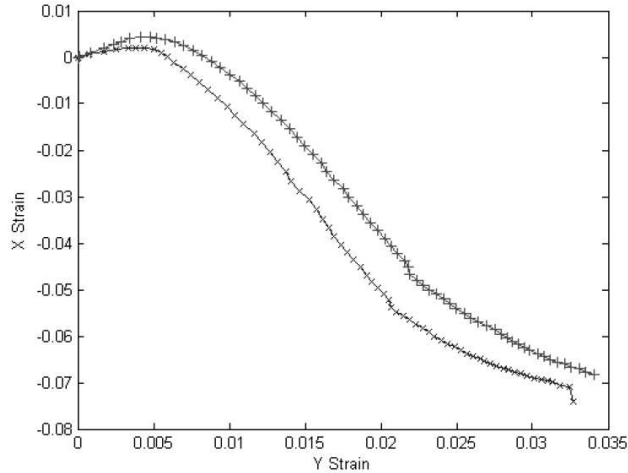


Abbildung 10: Dehnungen in Kett- und Schussrichtung bei einachsigen Zugversuchen in Schussrichtung (weft) für ein Leinwandgewebe (*rijn linen* mit  $275\text{g/mm}^2$  Flächengewicht). Hierbei bezeichnen X-Strain die Dehnungen in Kettrichtung und Y-Strain die Dehnungen in Schussrichtung (Quelle: Chiriboga [6])

des Verbundes hat, ist zu diskutieren. Ballhause beschreibt in seiner Arbeit [2] ein Modell eines vollständig beschichteten Gewebes. Dem zufolge verhindert bei einem vollständig eingebetteten Gewebe eine Matrix mit hoher Steifigkeit die Fadenbewegung, was zu einer Versteifung führt. Bei einer sehr steifen Beschichtung dominiert diese Matrix unter Umständen den Gesamtverbund. Ähnliche Schlussfolgerungen ziehen auch Mecklenburg und Tumosa in [16] für eine mit Leim beschichtete Leinwand. Zur Modellierung des Verhaltens des Gewebes wird hier auf eine Modellierung als orthotropes Material mit linearer Spannungs-Dehnungs-Kennlinie zurückgegriffen.

**Orthotropes Materialverhalten** Im Weiteren wird eine Beschreibung eines orthotropen Materials mit einer linearen Beziehung zwischen den 2.Piola–Kirchhof–Membrankräften und den Greenschen Dehnungen beschrieben<sup>[13]</sup>. Zur Beschreibung des Materialverhaltens wird der Elastizitätstensor  $\mathbb{C}$  (in Index-Notation  $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ ) eingeführt:

$$\mathbf{S} = \mathbb{C} \cdot \mathbf{D} \quad \text{bzw.} \quad S_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta\gamma\delta} D_{\gamma\delta} \quad (20)$$

<sup>13</sup>Derartige Materialien werden im isotropen Fall auch St. Venant– oder Kappus–Material genannt.

Im einachsigen Fall lautet das mit den 2. Piola–Kirchhoff–Spannungen formulierte Materialgesetz<sup>14</sup>  $T_{11} = ED_{11}$  und hat somit die Form des Hookeschen Gesetz  $\sigma = E\varepsilon$ . Das Hookesche Gesetz verwendet allerdings die linearen Spannungs- und Dehnungsmaße. Eine Umrechnung zwischen  $D_{11}$ ,  $T_{11}$  und den Ingenieursgrößen  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  kann für den einachsigen Fall mit

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} = \sqrt{1 - D_{11}^2} - 1 \quad (21)$$

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = (1 + \varepsilon) T_{11} \quad (22)$$

angegeben werden. In Abbildung 11 sind den beiden Materialgesetzen (bei Verwendung der von Chriboga angegebenen E-Moduli  $E_1 = 3302\text{MPa}$  und  $E_2 = 128\text{MPa}$ ) die in Abbildung 9 dargestellten Versuchsergebnisse gegenübergestellt. Für kleine Verzerrungen sind beide Materialgesetze nahezu identisch. Bei größeren Verzerrungen verhält sich das Kappus–Material leicht progressiv ohne allerdings den bei den Messungen festgestellten raschen Anstieg der Kennlinie abbilden zu können.

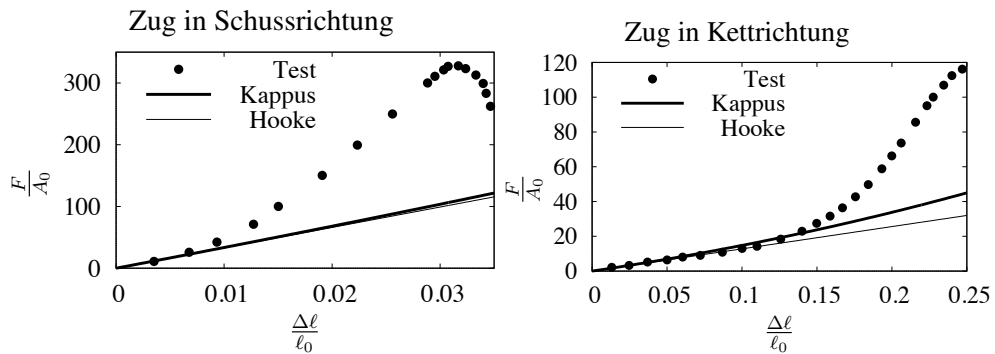


Abbildung 11: Vergleich der orthotropen Materialmodelle vom Type Hooke und Kappus mit Versuchsergebnisse für Leinwandgewebe auch Chiriboga <sup>6</sup>

**Voigt Notation:** Das Materialagesetz Gleichung 20 kann kompakter mit der Voigt-Notation ausgedrückt werden. Für eine orthotrope Membran ergibt sich die unten stehende Voigtsche Steifigkeitsmatrix<sup>15</sup>  $V_{ij}$  bei der folgenden Bezeichnung von Spannungen und Verzerrungen

$$\sigma_1 = S_{11} \quad \sigma_2 = S_{22} \quad \tau = S_{12} \quad (23)$$

$$\varepsilon_1 = D_{11} \quad \varepsilon_2 = D_{22} \quad \gamma = 2D_{12} \quad (24)$$

<sup>14</sup>mit dem E-Modul  $E$

<sup>15</sup>Die Voigtsche Steifigkeitsmatrix  $V_{ij}$  ist hier nicht zu verwechseln mit dem linken Strecktensor  $\mathbf{V}$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1 h}{1-\nu_1\nu_2} & \frac{\nu_1 E_2 h}{1-\nu_1\nu_2} & 0 \\ \frac{\nu_2 E_1 h}{1-\nu_1\nu_2} & \frac{E_2 h}{1-\nu_1\nu_2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} h \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (25)$$

Das elastische Materialverhalten ist mit den vier Ingenieurskonstanten  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  und  $\nu_1$  sowie der Beziehung  $E_1\nu_2 = E_2\nu_1$  vollständig beschrieben. Bei den hier verwendeten Spannungs- und Verzerrungsmaßen ist  $h$  die Membrandicke in der Referenzkonfiguration. Da diese für Gewebe unter Umständen nicht einheitlich definiert werden kann, ist auch die unmittelbare Verwendung der Membransteifigkeiten üblich.

## Grundierung und Ölfarben

Leim, Grundierung und Ölfarben sind Polymere. Die Farbe ist zu dem mit Farbpartikeln und die Grundierung mit Kreide versetzt. Bei der Bestimmung der Vorspannung ist das Schrumpfen der Beschichtung von besonderem Interesse. Trocknung und Alterung führen zu Schrumpfung der Beschichtung und beeinflussen somit die Vorspannung. Die bei diesem Schrumpfungsprozess entstehenden Dehnungen sind vergleichsweise groß, was aus dem Umstand gefolgert werden kann, dass in den Farbschichten durch künstliches Altern ohne weitere mechanische Einwirkungen Risse entstehen, also die Bruchdehnung der Farbe erreicht wird (siehe [12]). Nach dem Trocknen der Grundierung ist eine erhöhte Vorspannung festzustellen, ein Effekt, der z.B. beim Bespannen von Modell- oder Segelflugzeugen mit Spannack ausgenutzt wird. Zur Modellierung des Schrumpfens dieser Polymermaterialien und deren elastischen Verhaltens soll hier auf ein Modell für ein vergleichbares Phänomen, nämlich der Thermoelastizität, zurückgegriffen werden. Bei der Thermoelastizität können ohne mechanische Beanspruchung Dehnungen auftreten, die allein durch die Wärmeeinwirkung hervorgerufen werden. Beim Trocknungsprozess treten durch chemischen Reaktionen ebenfalls Dehnungen auf, die nicht auf mechanische Beanspruchungen zurückzuführen sind. Modelle für thermoelastisches Materialverhalt bei großen Verformung sind in [8] beschrieben. Eine ganze Klasse von Materialgesetzen wird mit dem Ogden-Material beschrieben<sup>[16]</sup>.

Die Materialeigenschaften der Grundierung und der Ölfarbe hängen von einer Vielzahl von Einflussgrößen ab. Zu nennen sind da die Art der Farbpartikel, das Alter, die Temperatur und die Luftfeuchtigkeit. Zu diesen Einflüssen auf die elastischen Eigenschaften finden sich in der Literatur zahlreiche Arbeiten. Dabei kommen als Untersuchungsmethoden sowohl Zugversuche an Laborproben (siehe Mecklenburg [15]) als auch die Nanoindentation an Proben realer Gemälde (siehe Salvant [19]) zum

<sup>16</sup>So erweisen sich das Neo-Hooke- das Varga- und das Mooney-Rivlin-Materialgesetz als Spezialfall des Ogden-Materialmodells



Einsatz. Die Ergebnisse der von Mecklenburg durchgeführten Zugversuchen für Neapelgelb sind in Abbildung 12 dargestellt. Diese Kennlinien wurden mit unterschiedlichen Dehnungsraten bestimmt, zeigen jedoch alle eine nahezu identische Anfangssteigung. Der Verlauf der Kennlinien ist für alle untersuchten Dehnungsraten degressiv.

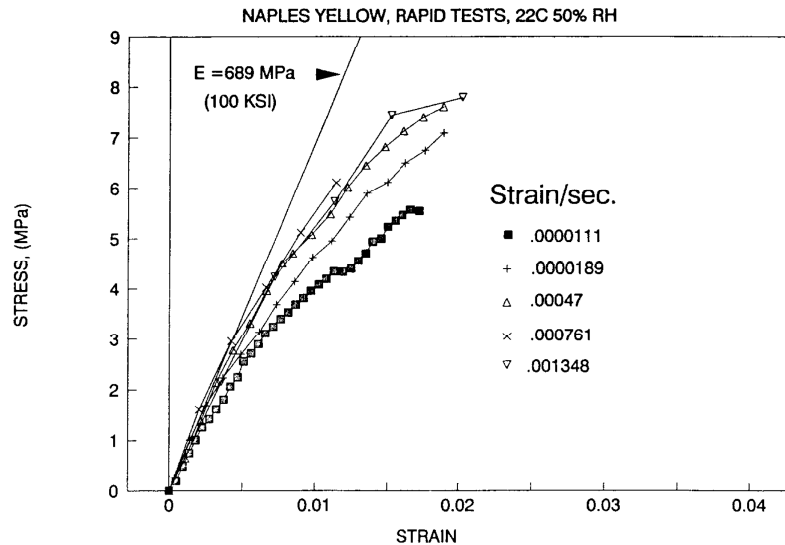


Abbildung 12: Zugversuche mit unterschiedlichen Dehnungsraten für Ölfarbe Neapelgelb aus [15]

**Ein Hyperelastisches Materialgesetz für große Verformungen:** Das im Folgenden vorgestellte thermoelastische Materialmodell ist ein erweitertes Ogden-Modell für leicht kompressible Elastomere, wie es von Holzafel in [8] beschrieben wird. Dabei wird von einer multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  in einen elastischen Deformationsanteil  $\mathbf{F}_e$  und einen inelastischen Deformationsanteil  $\hat{\mathbf{F}}$  ausgegangen:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \cdot \hat{\mathbf{F}} \quad (26)$$

In [8] beschreibt  $\hat{\mathbf{F}}$  die Deformationen aufgrund einer Temperatur  $\theta$ . Hier soll  $\hat{\mathbf{F}}$  die Deformationen aufgrund der durch Altern und Aushärten hervorgerufenen Schrumpfungen repräsentieren. Die Temperatur wird bei diesen Prozessen als konstant angenommen.

Zur Formulierung des Materialgesetzes wird der Cauchy-Green Strecktensor als Verformungsmaß verwendet, der sich aus dem Deformationsgradient mit  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}$  ergibt. Dieses kinematische Grundkonzept ist in Abbildung 13 illustriert. Zur Beschreibung der aus einer Temperaturänderung  $\vartheta = \theta - \theta_0$  herrührenden thermischen

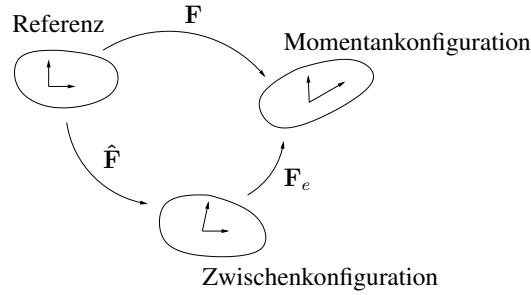


Abbildung 13: Modellierung der thermoelastischen Verformung mit multiplikativer Dekomposition des Deformationsgradienten

Deformation, wird von Holzzapfel [8] der Ansatz

$$\hat{F}_{ij} = F(\theta) \delta_{ij} \quad \text{mit} \quad F(\theta) = e^{\alpha_\theta (\theta - \theta_0)} \quad (27)$$

verwendet. Dabei ist  $\alpha_\theta$  der thermische Ausdehnungskoeffizient. In dieser Arbeit wird die bei der Trocknung der Beschichtung hervorgerufenen Dehnung durch diesen Ansatz bei Wahl eines geeigneten Parameters  $\vartheta$  und des Koeffizienten  $\alpha$  modelliert.

Wie in [8] so werden auch hier die Bezeichnungen  $\lambda_i$  für die totalen Hauptstreckungen sowie  $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$  für die isochoren Hauptstreckungen verwendet. Die Determinante des Deformationsgradienten wird mit  $J = \det(F_{ij})$  bezeichnet.

Die 2. Piola–Kirchhoff Spannungen werden aus der Ableitung der freien Helmholtz–Energie nach dem Cauchy–Green Strecktensor gewonnen:

$$T_{ij} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial C_{ij}} \quad (28)$$

Die freie Helmholtz–Energie läßt sich mit einem volumetrischen und einem isochoren Teil formulieren:

$$\Psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta) = \Psi_{vol}(J, \theta) + \Psi_{iso}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, \theta) \quad (29)$$

Die sich daraus ergebenden volumetrischen bzw. isochoren Spannungsanteile ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} T_{ij}^{vol} &= 2 \frac{\partial \Psi_{vol}}{\partial C_{ij}} = J p C_{ij}^{-1} \\ \mathbf{T}^{iso} &= 2 \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \mathbf{C}} = \sum_{a=1}^3 T_{iso\ a} \bar{\mathbf{N}}_a \circ \bar{\mathbf{N}}_a \end{aligned} \quad (30)$$

Die Vektoren  $\bar{\mathbf{N}}_a$  kennzeichnen die Hauptrichtungen des Strecktensors  $\mathbf{C}$ . Bei leicht kompressiblen Material ergibt sich der hydrostatische Druck  $p$  aus den Materialgleichungen

$$p = \frac{\partial \Psi_{vol}}{\partial J} = \kappa_0 \frac{dG(J)}{dJ} - \frac{de_0(J)}{dJ} \frac{\vartheta}{\theta_0} \quad \text{mit} \quad (31)$$

$$G(J) = \frac{1}{4} (J^2 - 1 - 2 \ln J) \quad \text{und} \quad (32)$$

$$e_0(J) = 3 \alpha_\theta \kappa_0 \theta_0 (J - 1) \quad (33)$$

$\kappa_0$  ist der Kompressionsmodul. Die Materialgleichung für die isochoren Hauptspannungen  $T_{iso\ a}$  lauten

$$T_{iso\ a} = \frac{1}{\lambda_a} \frac{\partial \Psi_{iso}}{\partial \lambda_a} = \frac{1}{\lambda_a^2} \sum_{p=1}^N \mu_p(\theta) \left( \bar{\lambda}_a^{\alpha_p} - \frac{1}{3} \sum_{b=1}^3 \bar{\lambda}_b^{\alpha_p} \right) \quad (34)$$

Mit den dimensionslosen Konstanten  $\alpha_p$  ergibt sich der Schubmodul aus  $2G = \sum_{p=1}^N \mu_p(\theta_0) \alpha_p$ . In dieser Arbeit wird  $N = 1$  mit  $\alpha_1 = 2$  gesetzt<sup>[17]</sup>. Das entspricht einem Neo-Hooke Material. Abbildung [14] zeigt ein Neo-Hooke Material mit E-Modul  $E = 689\text{MPa}$  und Querkontraktionszahl  $\nu = 0.5$  und den Messungen von Mecklenburg [15].

Im Rahmen der Membrantheorie ist ein ebener Spannungszustand zu verwenden. Der ebenen Spannungszustand wird hier durch eine Iteration für die Dickenverformung  $C_{33}$  mit der Bedingungen  $T_{33} = 0$  erreicht.

### 3 Modellierung des Kontaktes zwischen Leinwand und Rahmen

Die Leinwand ist um den Rahmen gespannt und mittels mittels Klammern befestigt. Stellt sich eine Vorspannung in der Leinwand ein, so werden zwischen dem Rahmen und der Leinwand Kontaktkräfte auftreten. Die Modellierung dieser Kontaktkräfte ist Gegenstand dieses Abschnittes.

In dieser Arbeit wird der Kontakt als reibungsfrei angesehen, d.h. es wird nur der Normalkontakt zwischen den beiden Gemäldebestandteilen modelliert. Der Rahmen wird im Weiteren als starrer Körper modelliert. Für die Gemäledummies wurden übliche Spannrahmen aus Holz verwendet, die aus vier Rahmenelementen bestehen. Der Querschnitt eines Rahmenelementes ist dabei rechteckig und entlang der Längsrichtung ist konstant. Diese Rechteckkontur der Querschnitte wird mit der Gleichung einer

<sup>17</sup>Das ist bedingt durch die verfügbaren Materialdaten, die hier aus einachsigen Zugversuchen stammen. Für  $N > 1$  wären zweiachsige Versuche erforderlich.

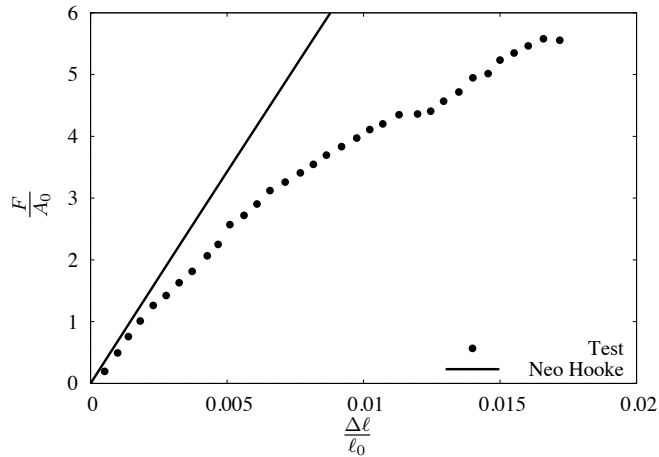


Abbildung 14: Vergleich des Neo-Hooke-Materialgesetzes ( $E = 689 \text{ MPa}$ ) mit den Testergebnissen des Zugversuches mit Ölfarbe Neapelgelb bei einer Dehnungsrate von  $1.11 \cdot 10^{-4} \text{ 1/s}$  nach [15]

Superellipse angenähert, so dass der Kontakt der Membran mit einem Zylinder mit superelliptischem Querschnitt analysiert wird. Somit kann die Kontaktanalyse auf ein ebenes Problem reduziert werden. Statt einer räumlichen Konfiguration wird folglich das in Abbildung [15] dargestellte ebene System behandelt. Der Kontakt eines finiten Elementes wird in seinen Gaußpunkten analysiert. Es wird der Berechnungsgang für einen einzelnen Gaußpunkt erläutert. Die jeweiligen Anteile der kontaktbedingten Knotenkräfte und Steifigkeiten werden anschließend für alle Gaußpunkte des finiten Elementes summiert.

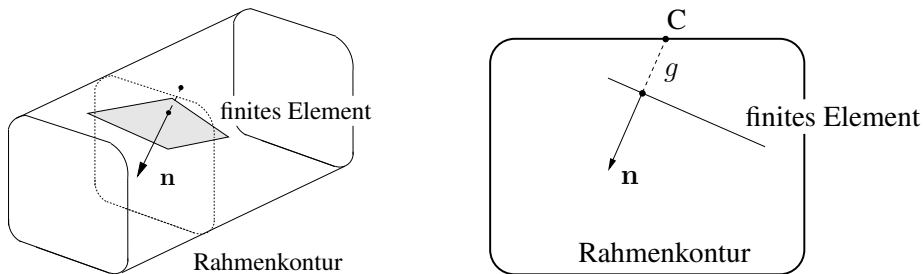


Abbildung 15: Modellierung des Rahmenkontaktes als ebenes Problem

Bei der Analyse des Kontaktes eines Membranelementes mit einem Rahmenelement wird das lokale Koordinatensystem des jeweiligen Rahmenelementes verwendet. Das

lokale Koordinatensystem ist in Abbildung [16](#) dargestellt. Die Knoten- und Gaußpunktkoordinaten sind entsprechend zu transformieren und in die  $x_1$ - $x_2$ -Ebene zu projizieren.

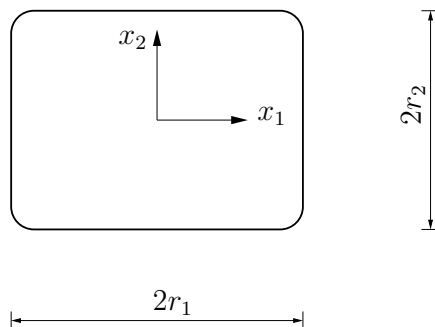


Abbildung 16: Rahmenquerschnitt mit lokalem Koordinatensystem

Bezüglich des in Abbildung [16](#) eingeführten lokalen Koordinatensystems lautet die Gleichung für die Kontur des Rahmenelementes

$$\varphi(x, y) = \left(\frac{x_1}{r_1}\right)^k + \left(\frac{x_2}{r_2}\right)^k - 1 \quad (35)$$

Für Punkte auf dieser Kontur gilt  $\varphi(x_1, x_2) = 0$ . Bei Punkten innerhalb der Kontur, also im Kontaktfall, gilt  $\varphi(x_1, x_2) < 0$ . Anhand dieser Bedingung ist leicht festzustellen, ob ein Gaußpunkt in das Rahmenelement eingedrungen ist. Dieses im Laufe der Simulation auftretende Eindringen der Membran ist unphysikalisch. In dieser Arbeit sollen die Eindringungen mittels Penalty-Verfahren vermieden oder gering gehalten werden. Das Penalty-Verfahren ist leicht in die bestehende Struktur eines FE-Programms zu integrieren, führt aber unter Umständen zu schlechter Konvergenz. Grundlagen und Eigenschaften des Penalty-Verfahrens sind in [27](#) beschrieben. Beim Penalty-Verfahren wird das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (Gleichung [15](#)) um die Kontaktarbeit  $\delta A^c$ , dem so genannten Strafterm, erweitert.

$$\delta A^a - \delta A^i - \delta A^c = 0 \quad (36)$$

Für die Arbeit der Kontaktkräfte wird der folgende Ansatz gewählt (siehe [32](#))

$$A^c = \frac{1}{2} \epsilon_N g^2 \quad (37)$$

mit der Kontaktsteifigkeit oder dem Straffaktor  $\epsilon_N$ , der geeignet zu wählen ist, und der Eindringung oder dem Gap  $g$ .

Zur Bestimmung der aus der Kontaktkraft herruhrenden Elementkräfte  $\mathbf{f}^{c,el}$ , ist die Variation der Eindringung mit verwendeten Freiheitsgraden, hier den Knotenkoordinaten  $x_{ik}$  in der Momentankonfiguration, zu bilden.

$$\delta A^c = \epsilon_N g \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} \delta x_{ik} \quad (38)$$

Die aus dem Kontakt resultierenden Knotenkräfte sind dann [18](#)

$$\mathbf{f}^{c,el} = -\epsilon_N g \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} \quad (39)$$

Somit ist zur Berechnung der Kontaktkräfte die Eindringung  $g$  und deren Ableitung nach den Knotenkoordinaten  $x_{ik}$  zu berechnen. Daruber hinaus ist zur Bestimmung der Elementsteifigkeitsmatrix des Kontaktes die Ableitung der Kontaktkräfte nach den Knotenkoordinaten zu bilden:

$$\mathbf{K}^{c,el} = \frac{\partial \mathbf{f}^{c,el}}{\partial x_{nm}} = -\epsilon_N \left( \frac{\partial g}{\partial x_{nm}} \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} + g \frac{\partial^2 g}{\partial x_{ik} \partial x_{nm}} \right) \quad (40)$$

Fur diese Elementsteifigkeitsmatrix sind also auch die zweiten Ableitungen von  $g$  zu ermitteln. Zur Bestimmung der Eindringung wird aus der Position des betrachteten Gaupunktes der Abstand in Richtung des planaren Normaleneinheitsvektors  $\mathbf{n} = n_1 \mathbf{e}_1 + n_2 \mathbf{e}_2$  zur Kontur bestimmt. Fur diesen in Abbildung [15](#) veranschaulichten Punkt C, gilt nun

$$\varphi(x_{1c}, x_{2c}) = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_c = \begin{pmatrix} x_{1g} + g n_1 \\ x_{2g} + g n_2 \end{pmatrix} \quad (41)$$

da er sowohl auf der Rahmenkontur als auch auf der durch den Gaußpunkt und den Vektor  $\mathbf{n}$  gebildeten Geraden liegt. Daraus ergibt sich die Gleichung fur  $g$ :

$$\varphi = \left( \frac{x_{1g} + g n_1}{r_1} \right)^k + \left( \frac{x_{2g} + g n_2}{r_2} \right)^k - 1 = 0 \quad (42)$$

Eine analytische Losung fur  $g$  aus der Gleichung [42](#) ist im Allgemeinen nicht zu erzielen. In dieser Arbeit wird zur numerischen Losung eine kombinierte Berechnungsmethode aus Newton- und Bisektionsverfahren, wie es in [7](#) beschrieben ist, eingesetzt, die bei geeigneten Startwerten zuverlassig die Eindringung  $g$  ermittelt.

Da keine geschlossene Losung fur die Eindringung  $g$  vorliegt, konnen die erforderlichen ersten und zweiten Ableitungen von  $g$  nicht direkt gewonnen werden. Zur

---

<sup>18</sup>Das Minus resultiert aus der, abweichend von der Literatur [32](#), in Abbildung [15](#) eingefuhrten Richtung des Normalenvektors.

Bestimmung dieser Ableitungen kann jedoch eine Standardtechnik für Ableitung impliziter Funktionen verwendet werden, die z.B. in Smirnow [23] beschrieben ist. So lange Kontakt vorliegt, gilt für den Punkt C laut Gleichung 42 stets  $\varphi = 0$ . Auch bei einer kleinen Änderung der Knotenkoordinaten des Elementes bleibt der Fall  $\varphi = 0$  erhalten<sup>19</sup>. Somit muss folglich die Änderung von  $\varphi$  mit  $x_{ik}$  verschwinden:  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ik}} = 0$ . Aus dieser Bedingung kann die gesuchte Ableitung ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x_{ik}} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x_{1g}} \frac{\partial x_{1g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{2g}} \frac{\partial x_{2g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \frac{\partial n_1}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \frac{\partial n_2}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

was dann auf

$$\frac{\partial g}{\partial x_{ik}} = - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial g} \right)^{-1} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_{1g}} \frac{\partial x_{1g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{2g}} \frac{\partial x_{2g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \frac{\partial n_1}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \frac{\partial n_2}{\partial x_{ik}} \right) \quad (44)$$

führt. Die Ableitungen von  $\varphi$  nach den Gaußpunktkoordinaten  $x_{1g}$  und  $x_{2g}$  bzw. nach den Komponenten des Normalenvektors  $n_1$  und  $n_2$  sowie nach der Eindringung  $g$  erhält man direkt aus Gleichung 42. Zur Bestimmung der Ableitungen der Gaußpunktkoordinaten  $x_{1g}$  und  $x_{2g}$  nach  $x_{ik}$  wird auf FE-Interpolation Gleichung 9 zurückgegriffen. Aus Gleichung 9 ist zu sehen, dass die 2. Ableitungen der Gaußpunktkoordinaten nach den Knotenkoordinaten verschwinden. Davon wird später Gebrauch gemacht.

Zur Ableitung des Normalenvektors nach  $x_{ik}$  muss dieser noch in Abhängigkeit von den Knotenkoordinaten formuliert werden. Es wird hier von einer Vereinfachung Gebrauch gemacht, die z.B. von Verhoven [25] bei Plattenelementen genutzt wird. Vereinfachend wird für alle Gaußpunkte der Normalenvektor im Elementmittelpunkt verwendet. Dieser Elementnormalenvektor kann aus dem Kreuzprodukt  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  der Diagonalvektoren

$$\mathbf{a} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3 \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_4 \quad (45)$$

ermittelt werden (zur Knotennummerierung siehe Abbildung 8). Die Komponenten  $n_1$  und  $n_2$  des in die  $x_1$ - $x_2$ -Ebene projizierten und normierten Elementnormalenvektors lauten

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{a_2 b_3 - a_3 b_2}{B} & n_2 &= \frac{a_3 b_1 - a_1 b_3}{B} & \text{mit} \\ B &= \sqrt{(a_2 b_3 - a_3 b_2)^2 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)^2} \end{aligned} \quad (46)$$

---

<sup>19</sup>Vorausgesetzt wird, dass bei der Änderung der Knotenkoordinaten, sich der Kontaktstatus nicht ändert.

Die Vektorkomponenten  $a_i$  und  $b_i$  enthalten nur die Knotenkoordinaten  $x_{ik}$ . Somit lassen sich die gesuchten Ableitungen von  $n_1$  und  $n_2$  nach  $x_{ik}$  nun aus den Gleichungen [45](#) und [46](#) bilden.

Die zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix benötigten 2. Ableitung von  $g$  erhält man auf analoge Weise: Da die Ableitung  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ik}}$  stets Null ist, muss bei Änderung der Knotenkoordinaten auch die Änderung der Ableitung verschwinden. Deshalb gilt nach Ableitung der Gleichung [43](#)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi^2}{\partial x_{mn} \partial x_{ik}} &= \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_{1g}} \right) \frac{\partial x_{1g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_{2g}} \right) \frac{\partial x_{2g}}{\partial x_{ik}} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \right) \frac{\partial n_1}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial n_1}{\partial x_{ik}} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \right) \frac{\partial n_2}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial n_2}{\partial x_{ik}} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial g} \right) \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial g} \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{47}$$

wobei davon Gebrauch gemacht wurde, dass die zweiten Ableitungen der Gaußpunktkoordinaten verschwinden. Umstellen dieser Gleichung liefert

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g}{\partial x_{nm} \partial x_{ik}} &= - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial g} \right)^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_{1g}} \right) \frac{\partial x_{1g}}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_{2g}} \right) \frac{\partial x_{2g}}{\partial x_{ik}} + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \right) \frac{\partial n_1}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} \frac{\partial^2 n_1}{\partial x_{nm} \partial x_{ik}} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \right) \frac{\partial n_2}{\partial x_{ik}} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} \frac{\partial^2 n_2}{\partial x_{nm} \partial x_{ik}} + \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial g} \right) \frac{\partial g}{\partial x_{ik}} \right) \end{aligned} \tag{48}$$

Die in der Gleichung [48](#) auftretenden zweiten Ableitungen von  $\varphi$  können durch Anwendung der Kettenregel formuliert werden

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_{nm}} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial (\cdot)} \right) &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\cdot) \partial x_{1g}} \frac{\partial x_{1g}}{\partial x_{mn}} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\cdot) \partial x_{2g}} \frac{\partial x_{2g}}{\partial x_{mn}} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\cdot) \partial n_1} \frac{\partial n_1}{\partial x_{mn}} + \\ &\frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\cdot) \partial n_2} \frac{\partial n_2}{\partial x_{mn}} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\cdot) \partial g} \frac{\partial g}{\partial x_{mn}} \end{aligned} \tag{49}$$

Hierbei ist  $(\cdot)$  wahlweise zu  $x_{1g}$ ,  $x_{2g}$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  bzw.  $g$  zusetzen. Die in Gleichung [49](#) auftretenden zweiten Ableitungen von  $\varphi$  sind nun wiederum aus Gleichung [42](#) zu



erhalten. Bleiben noch die in Gleichung 48 enthaltenen zweiten Ableitungen der Normalenvektorkomponenten  $n_1$  und  $n_2$  zu bestimmen. Diese können aus den Gleichungen 45 und 46 gewonnen werden.

Damit ist die Berechnung der kontaktbedingten Elementkräfte und Elementsteifigkeitsmatrix vollständig. Wie oben erwähnt muss diese Berechnung für jeden im Kontakt befindlichen Gaußpunkt durchgeführt und die ermittelten Anteile addiert werden. Bleibt noch anzumerken, dass die berechneten Kräfte und Steifigkeiten aus dem lokalen ins globale Koordinatensystem zurücktransformiert werden müssen.

## 4 Numerische Lösung der Gleichgewichtsbedingungen

Aus den Elementkräften werden die Vektoren sämtlicher an den Knoten wirkenden inneren Kräfte  $\mathbf{f}_i$  und äußeren Kräfte  $\mathbf{f}_a$  gebildet<sup>20</sup>. Die damit formulierten Gleichgewichtsbedingungen des Gesamtsystems Gleichung 19  $\mathbf{f}_i(\mathbf{a}) - \mathbf{f}_a(\mathbf{a}) = \mathbf{0}$  sind im vorliegenden Fall in nichtlinearer Weise von den Freiheitsgraden des Systems  $x_{ik}$ , hier zusammengefasst zum Vektor  $\mathbf{a}$ , abhängig. Die Nichtlinearitäten ergeben sich aus der geometrisch nichtlinearen Membrantheorie, dem Materialverhalten<sup>21</sup>, dem Kontakt und gegebenen Falls aus einem Faltenalgorithmus, der unten kurz beschrieben wird. Zur Lösung der Gleichung 19 kommt hier Newton–Raphson Verfahren verwendet. Das im Rahmen dieser Newton–Iteration zu lösende Gleichungssystem lautet dann

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}) \cdot \Delta \mathbf{a} = \mathbf{f}_a(\mathbf{a}) - \mathbf{f}_i(\mathbf{a}) \quad (50)$$

Hierbei ist  $\mathbf{K}$  ist die Steifigkeitsmatrix des Gesamtsystems. Aus dem Inkrement  $\Delta \mathbf{a}$  ergeben sich die neuen Knotenkoordinaten im Iterationsverlauf

$$\mathbf{a}_{neu} = \mathbf{a} + \Delta \mathbf{a} \quad (51)$$

Der Berechnungsgang für Membranen soll hier kurz skizziert werden. Ausgangspunkt der Iteration sind die ebene Referenzkonfiguration und eine sogenannte Vorschätzung. Die Vorschätzung bildet die Momentankonfiguration für den ersten Iterationsschritt. Sie muss nicht mit der Referenzkonfiguration identisch sein. Für nach dem Schnittmusterprinzip zusammengesetzte räumliche Membranen ist die Vorschätzung zwangsläufig von der ebenen Referenz verschieden (siehe Abbildung 7). In der Regel wird die gewählte Vorschätzung die Gleichgewichtsbedingungen nicht erfüllen und es werden Korrekturen nach Gleichung 50 bestimmt. Je besser die Vorschätzung die gesuchte Gleichgewichtslage annähert, desto geringer die Anzahl der Iterationsschritte. Während

<sup>20</sup>Der Vektor  $\mathbf{f}_a$  enthält auch die Anteile aus den Kontaktkräften des Penalty-Verfahrens

<sup>21</sup>Zwar weist das Materialgesetz Gleichung 20 ein lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf, da hier die Greenschen Verzerrungen und 2. Piola–Kirchhoff Membrankräfte verwendet werden, ergibt sich aber ein nichtlineares Verhalten bezüglich der Freiheitsgrade  $x_{ik}$ .

der Iteration des Newtonverfahrens treten unphysikalische Konfigurationen auf, die sich nicht im Gleichgewicht befinden. So ist es möglich, dass in der eigentlich vorgespannten, ebenen Leinwand Druckspannungen auftreten. Unter Umständen können dann Knoten aus der Leinwandebene heraustreten, so dass sich das System von der Gleichgewichtslage entfernt. Die Membran geht dann nur langsam über viele Iterationen auf die angestrebte Gleichgewichtslage zu. Dieses Problem kann reduziert werden, wenn man einen Faltenalgorithmus verwendet. Ein Faltenalgorithmus beschreibt das Strukturverhalten einer Membran, bei Druckspannung seitlich auszuweichen (analog zum Phänomen des *Beulens* in der Schalentheorie). Er stellt sicher, dass keine Druckspannungen auftreten und ermittelt die zugehörige Steifigkeit der Membran. Für Details wird auf [9] verwiesen. Während der Faltenalgorithmus unter Umständen die Konvergenz des Newtonverfahrens positiv beeinflussen kann, tritt mitunter auch das Gegenteil auf. Insbesondere ist das der Fall, wenn einzelne Knoten von einer schlaffen Membran umgeben sind. Für diesen Knoten ist dann die Steifigkeit Null, was dazu führen kann, dass das Newtonverfahren divergiert. Konvergenzprobleme des Newtonverfahrens können auch durch das Penalty-Verfahren bei der Kontaktmodellierung entstehen. Darauf hat Wriggers in [27] hingewiesen. Das ist besonders dann der Fall, wenn sich während der Iteration der Kontaktstatus von Gaußpunkten ändert. Bleiben die Gaußpunkte stets in Kontakt mit dem Rahmen, so stellt sich unter Umständen die quadratische Konvergenz des Newtonverfahrens ein, da die in Abschnitt 3 vorgestellte Kontaktsteifigkeitsmatrix eine konsistente Linearisierung des Kontaktproblems darstellt.

Um die obigen Probleme zu beheben wird eine Armijo-, wahlweise auch eine Goldstein-Strategie für ein *line search* eingesetzt. Bei diesen Strategien wird entlang der Newtonrichtung  $\Delta \mathbf{a}$  nicht der ganze Newtonschritt, sondern ein Schritt mit modifizierter Schrittweite durchgeführt. Details hierzu finden sich in [11] und [22].

Dieses Berechnungsmodell wurde in Fortran 95 implementiert und für Analysen eingesetzt.

## 5 Ergebnisse

Mit dem beschriebenen Modell wurden FE-Analysen mit und ohne Rahmen durchgeführt. Einige Ergebnisse werden im Folgenden vorgestellt und diskutiert. Insbesondere der Einfluss des Rahmens und der Lagerung auf den Membrankraftzustand und die Verformung werden untersucht.

Die Geometrie des betrachteten Gemäldes orientiert sich an den von Kracht in [12] untersuchten Gemäledummies. In Abbildung 17 sind die Maße des Rahmens und der Leinwand dargestellt. In Abbildung 17 (links) ist neben dem Rahmen auch die Befestigung mit Klammern illustriert und die Maße Klammerabstand  $\Delta k$  und

Randabstand der Klammern  $\Delta r$  gekennzeichnet. Die Breite der Klammern beträgt 10 mm. Die Knoten, die eine Klammer repräsentieren, werden vollständig fixiert. Von der rechteckigen Leinwand wird nur ein kreuzförmiger Teil betrachtet (siehe Abbildung [17](#) (rechts)). Beim Bespannen werden die hier fehlenden Ecken ohne Vorspannung umgeschlagen und angeheftet. Es wird hier unterstellt, dass diese Bereiche der Leinwand keinen Einfluss auf den Vorspannungszustand des Gemäldes, insbesondere im Inneren der Leinwand, haben. Darüber hinaus wird unter Ausnutzung der Symmetrie nur ein Viertel der Membran analysiert (grau markierter Teil in Abbildung [17](#) (rechts)). In Tabelle [1](#) sind die Daten des Gemäldemodells angegeben.

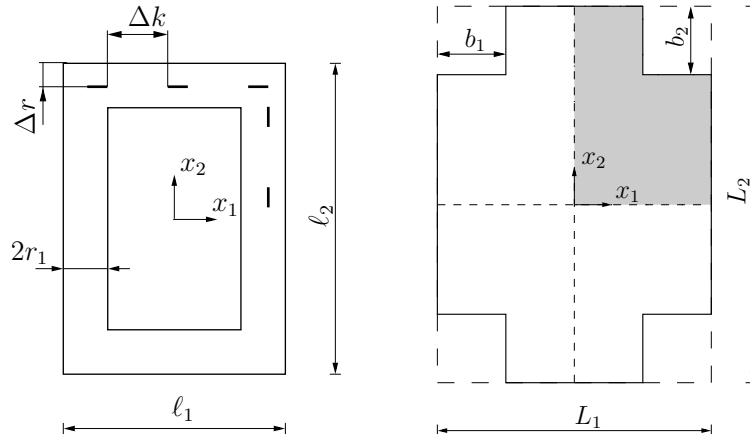


Abbildung 17: Geometrie des Gemälderahmens (links) und der Leinwand (rechts)

## 5.1 Die unbeschichtete Leinwand

Betrachtet wird die unbeschichtete Leinwand. Als Belastung werden die Klammerpositionen vorgegeben. Die Befestigung der Leinwand am Rahmen geschieht an der Rahmenunterseite bei einem Randabstand  $\Delta r = 15\text{mm}$ . Der Klammerabstand in der Momentankonfiguration beträgt  $\Delta k = 40\text{mm}$ . Bei Rechnungen mit der ebenen Leinwand werden die Befestigungen am rechten Rand an den Koordinaten  $x_1 = 177\text{mm}$  bzw. für den oberen Rand bei  $x_2 = 277\text{mm}$  gelagert. Bei Wahl dieser Koordinaten ergeben sich analoge Längenverhältnisse zwischen RKF und MKF aufgrund der gleichen Bogenlänge mit der um den Rahmen geschlungenen Leinwand. Die Schußrichtung der Leinwand verläuft in 1-Richtung.

In Abbildung [18](#) sind die ermittelten Konfigurationen der Rechnung mit Rahmen (links) und ohne Rahmen (rechts) dargestellt. Zu erkennen ist in beiden Fällen die Ausbildung der Spannungsrinde zwischen den Klammern insbesondere am rechten Rand.

Tabelle 1: Daten des Gemäldes

$E_S \cdot h_S$	1170 N/mm	Membransteifigkeit in Schussrichtung
$E_K \cdot h_K$	53.2 N/mm	Membransteifigkeit in Kettrichtung
$\nu_1$	0.8	Querkontraktionszahl Gleichung <a href="#">25</a>
$\nu_2$	0.036	Querkontraktionszahl Gleichung <a href="#">25</a>
$G \cdot h$	52.0 N/mm	Schubsteifigkeit der Membran
$\ell_1$	300 mm	
$\ell_2$	400 mm	Maße laut Abbildung <a href="#">17</a>
$L_1$	340 mm	
$L_2$	440 mm	Maße in RKF laut Abbildung <a href="#">17</a>
$b_1$	45 mm	
$b_2$	45 mm	
$\Delta k$	38 mm	Abstand der Klammern in RKF
$r_1$	45 mm	Rahmenbreite, Maß laut Abbildungen <a href="#">17</a> und <a href="#">16</a>
$r_2$	15 mm	Rahmenhöhe, Maß laut Abbildung <a href="#">16</a>

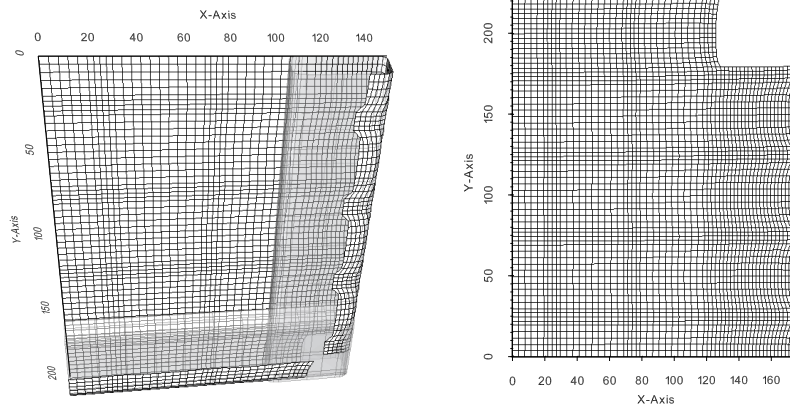


Abbildung 18: Perspektivische Darstellung der verformten Leinwand bei Rechnung mit Rahmen (links) und bei ebener Leinwand (rechts)

Deutlich geringer ist sie am oberen Rand ausgeprägt. Am rechten Rand beträgt die maximale Verschiebung  $\Delta u$  zwischen zwei Klammern bei einer Rechnung mit Rahmen  $4.091\text{mm}$  gegenüber  $4.067\text{mm}$  bei der Analyse einer ebenen Membran ohne Rahmen. Das entspricht einer Abweichung von  $0.59\%$ .

In Richtung der stark ausgeprägten Spanngirlande wirkt die 2. Piola-Kirchhoff Membrankraft  $S_{11}$ . Der Membrankraftzustand  $S_{11}$  ist für beide Rechnungen<sup>22</sup> in der Abbildung 19 gezeigt. Dabei wird die Membrankraft  $S_{11}$  im FE-Netz der Referenzkonfiguration dargestellt<sup>23</sup>. In beiden Fällen zeigt sich qualitativ das gleiche Bild: Im Bereich der Klammern treten die größten Membrankräfte auf. An unbelasteten Randbereichen ist sie Null. Im Membraninneren wird die Verteilung gleichmäßiger. Im Zentrum der Leinwand weicht  $S_{11}$  bei einer Rechnung ohne Rahmen ( $S_{11} = 46.73\text{N/mm}$ ) von einer Rechnung mit Rahmen ( $S_{11} = 46.59\text{N/mm}$ ) um  $0.3\%$  ab. Die Abweichung der Maximalwerte von  $S_{11}$  beträgt  $2\%$ .

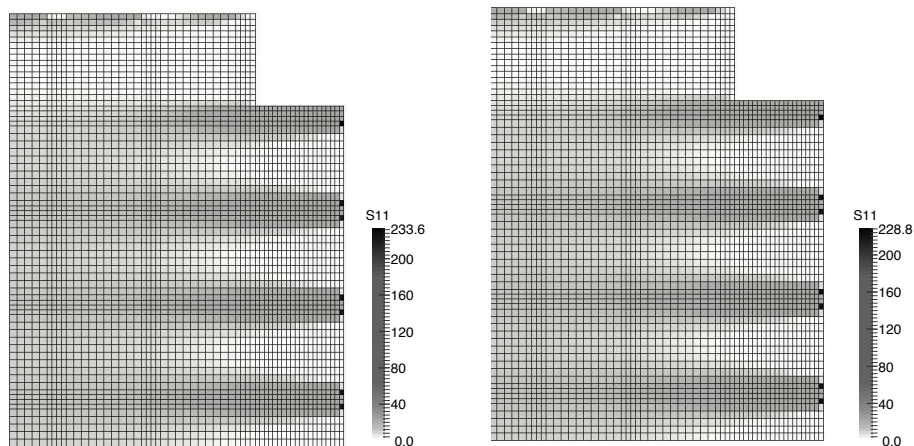


Abbildung 19: Membrankräfte  $S_{11}$  in  $[N/mm]$  bei Rechnung mit Rahmen (links) und bei ebener Leinwand (rechts) dargestellt im FE-Netz der Referenzkonfiguration

Es wird hier geschlussfolgert, dass der Rahmen bei Vernachlässigung der Reibung nur eine kraftumlenkende Wirkung besitzt und ansonsten auf den Zustand der 2. Piola-Kirchhoff Membrankräfte sowie auf die Größe der Spanngirlande keine Einfluss hat. Die Abweichungen der Ergebnisse werden auf Unterschiede der exakten Bogenlänge

<sup>22</sup>Die Membrankräfte  $S_{22}$  liegen bei etwa  $10\%$  von  $S_{11}$  und sollen hier nicht weiter diskutiert werden.

<sup>23</sup>Schließlich sind die 2. Piola-Kirchhoff Membrankräfte auf die Richtungen der RKF bezogen.

zur Bogenlänge der Finiten Elemente zurückgeführt. Im Weiteren werden deshalb die Berechnungen aus Effizienzgründen mit ebenen Leinwänden durchgeführt.

Abbildung 20 (links) zeigt die Verteilung der Membrankraft  $S_{11}$  entlang der  $x_2$ -Achse vom Koordinatenursprung bis zum Rahmenbereich. Zwar ist die Verteilung  $S_{11}$  gleichmäßiger als im Bereich der Klammern, dennoch ist auch hier der Einfluss der diskontinuierlichen Lagerung zu erkennen.  $S_{11}$  schwankt im Innenbereich der Membran mit etwa  $\pm 2.5N/mm$  um den Wert von ca.  $49N/mm$ . Der Abstand der Extrema entspricht in etwa dem *Mittenabstand* der Klammern von  $50mm$ . Im Randbereich ab ca.  $x_2 > 140mm$  zeigt sich dann ein davon abweichendes Verhalten. In Abbildung 20 (rechts) ist die Membrankraft  $S_{11}$  im Zentrum der Leinwand in Abhängigkeit von der Ausprägung der Spanngirlande dargestellt. Dazu wurden bei gleichbleibender Referenzkonfiguration die MKF-Koordinaten der durch Klammern fixierten Knoten schrittweise von  $x_1 = 170mm$  bis  $x_1 = 177mm$  für den rechten Rand bzw. von  $x_2 = 270mm$  bis  $x_2 = 277mm$  für den oberen Rand sowie der Klammerabstand von  $\Delta k = 38mm$  bis  $\Delta k = 40mm$  variiert. In Abhängigkeit der Klammerposition stellt sich nun ein Vorspannungszustand und eine Spanngirlande ein. In Abbildung 20 (rechts) ist ein leicht progressiver Verlauf der Kurve zu erkennen. Bei der in Abbildung 2 (rechts) gezeigten Spanngirlande wird die Verschiebung auf  $\Delta u \approx 2mm$  geschätzt, so dass die Membrankraft  $S_{11}$  in der Größenordnung von  $22N/mm$  liegt<sup>24</sup>.

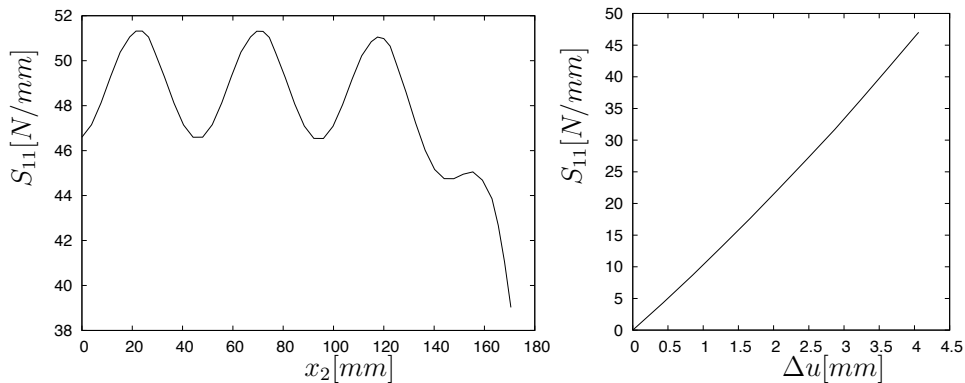


Abbildung 20: Verlauf der Membrankraft  $S_{11}$  entlang der  $x_2$ -Achse (links) und Membrankraft  $S_{11}$  im Zentrum der Leinwand bei variabler Streckung der Leinwand

<sup>24</sup>Allerdings ist zu beachten, dass die Befestigung am Gemälde nicht gleichmäßig erfolgte, wie in Abbildung 2 zu sehen ist.

## 5.2 Die beschichtete Leinwand

Im Folgenden wird eine Leinwand mit einer  $0.1\text{mm}$  dicken Beschichtung betrachtet. Die Beschichtung wird mit dem in Abschnitt 2.3 beschriebenen Materialgesetz modelliert. Dabei werden der E-Modul  $E = 689\text{MPa}$ , der Schubmodul  $G = 230\text{MPa}$  sowie die Parameter  $N = 1$  und  $\alpha_1 = 2$  verwendet. In Abbildung 21 (links) ist der Bereich der Beschichtung grau markiert. Die Klammern behalten nun ihre Positionen der Referenzkonfiguration bei. Als Belastung wird ein Schrumpfung in der Beschichtung aufgebracht. Untersucht wird eine ebene Leinwand ohne Nutzung des Faltenmodells.

Abbildung 21 (rechts) zeigt das verformte Netz bei einem Schrumpfung von 10%. Deutlich zu erkennen ist hier die Spannungslinien am oberen Rand, während die Spannungslinien am rechten Rand kaum ausgeprägt ist. Hierin unterscheidet sich das Verhalten von der unbeschichteten Leinwand. Die schrumpfende Beschichtung prägt der in der 2-Richtung deutlich weicheren Leinwand über eine größere Länge die Verschiebung auf, als dies in der 1-Richtung der Fall ist, was die unterschiedlichen Deformationen an den Rändern erklärt.

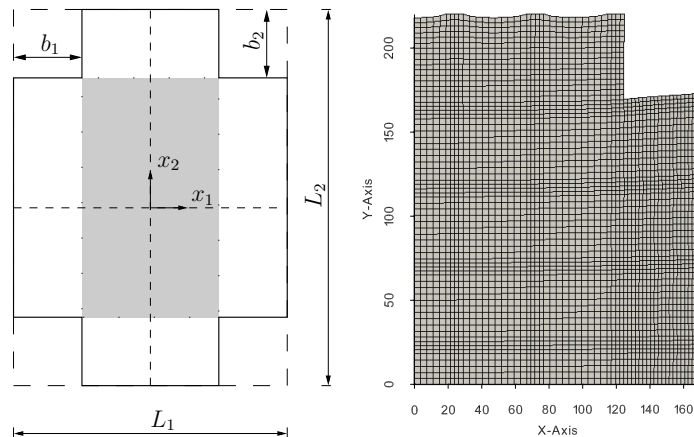


Abbildung 21: Geometrie der Leinwand mit beschichtetem, hier grau markiertem, Bereich (links) und die verformte Leinwand bei 10% Schrumpfung in der Beschichtung

Die Membrankräfte  $S_{11}$  und  $S_{22}$  sind in Abbildung 22 dargestellt. Das Maximum der Membrankraft  $S_{22}$  beträgt ca. 43% des Maximums der Membrankraft  $S_{11}$ . Die Höchstwerte treten an den Klammern auf. Im Zentrum der Leinwand übersteigt  $S_{22}$  die Membrankraft  $S_{11}$  deutlich (siehe Abbildung 23). Im beschichteten Bereich sind die Membrankräfte relativ gleichmäßig verteilt. Der Einfluss der diskontinuierlichen Lagerung durch Klammern zeigt sich hier ausschließlich bei der Membrankraft  $S_{11}$ ,

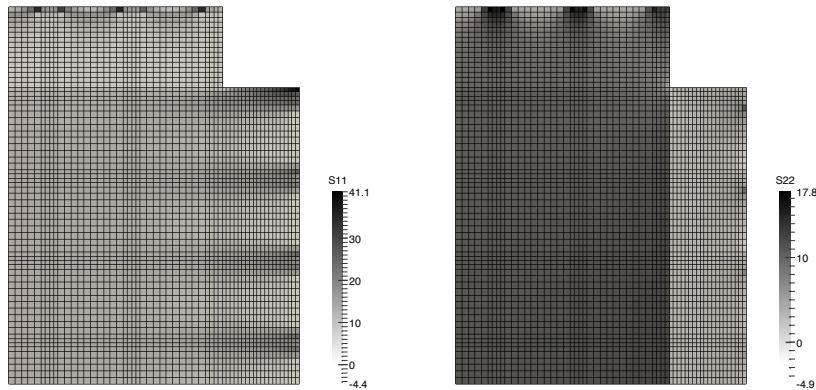


Abbildung 22: Membrankräfte  $S_{11}$  (links) und  $S_{22}$  in  $[N/mm]$  bei 10% Schrumpfung dargestellt im FE-Netz der Referenzkonfiguration

wie in Abbildung 23 zu sehen ist. In der 1-Richtung hat die Leinwand ihre kleinere Abmessung und ihre größere Steifigkeit. Dadurch können sich die Kräfte von den Klammern nicht so gut in die Leinwand verteilen, wie dies in 2-Richtung der Fall ist und es gibt den schwankenden Verlauf der Membrankraft  $S_{11}$ , wie er von der unbeschichteten Leinwand bereits bekannt ist. Die Membrankräfte im Zentrum der Leinwand und die Ausprägung der Spanngirlande sind in Abbildung 24 dargestellt. Dabei wurde ein Bereich bis zu 20% Schrumpfung der Beschichtung untersucht. Genaue experimentelle Daten zum Schrumpfung bei Aushärten liegen derzeit allerdings nicht vor. Während die Verläufe der 2. Piola-Kirchhoff Membrankräfte praktisch linear sind, zeigt insbesondere die Spanngirlande des oberen Randes (Verschiebung in  $x_2$ -Richtung  $\Delta v$ ) einen deutlich degressiven Verlauf.

## 6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell zur numerischen, strukturmechanischen Analyse von Gemäldewänden vorgestellt. Das zu behandelnde Problem weist einige komplexe Fragestellungen auf, die Vereinfachungen erfordern. Dies führte hier zu einem Membranmodell mit reibungsfreiem Kontakt zum Rahmen. Die Beschreibung mittels Membrantheorie erlaubt eine einfache und kompakte Formulierung und Programmierung. Der Kontakt wurde mit der Penalty-Methode umgesetzt, die sich leicht in das FE-Programm implementieren ließ. Für die Materialmodellierung wurde auf ein orthotropes Materialgesetz für die Leinwand und ein isotropes Ogden-Material für die Beschichtung zurückgegriffen. Berechnungsergebnisse zeigen Inhomogenitäten



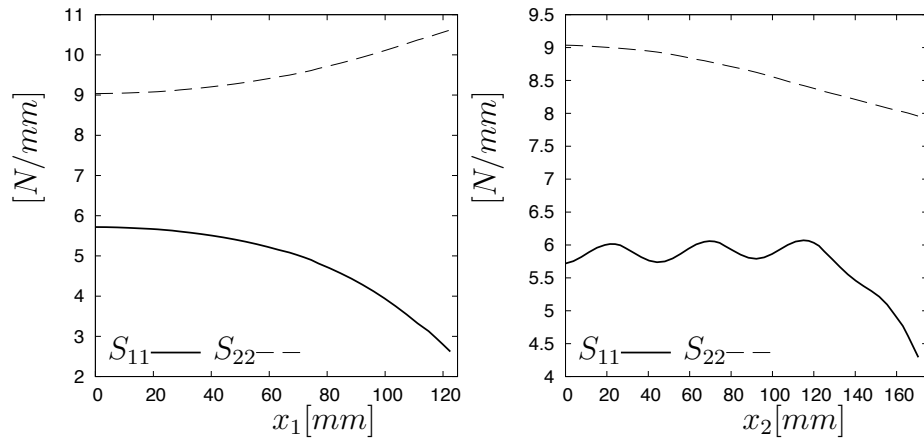


Abbildung 23: Verlauf der Membrankräfte  $S_{11}$  und  $S_{22}$  entlang der  $x_1$ -Achse (links) und der  $x_2$ -Achse (rechts) bei einem Schrumpf von 10%

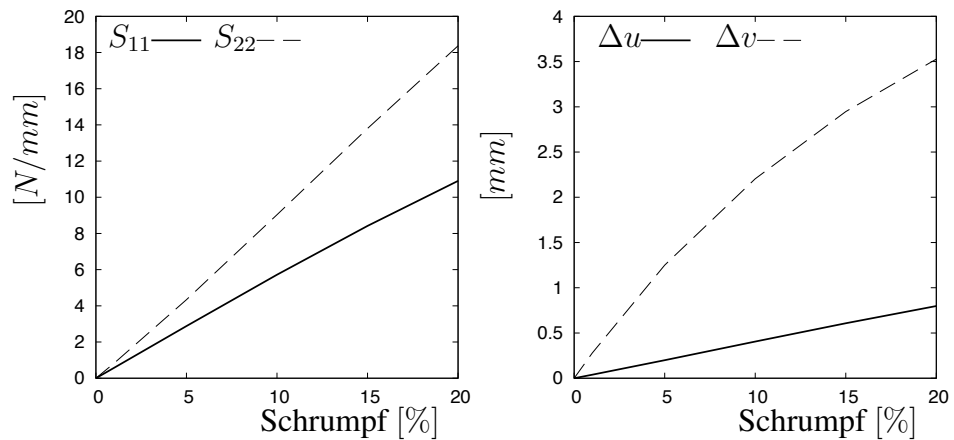


Abbildung 24: Membrankräfte  $S_{11}$  und  $S_{22}$  im Leinwandzentrum (links) sowie die Randverschiebungen der Spanngirlande  $\Delta u$  am rechten Rand und  $\Delta v$  am oberen Rand (rechts) in Abhängigkeit vom Schrumpf der Beschichtung

im Membrankraftzustand, wie sie von Kracht [12] anhand des experimentellen Ergebnisses (siehe Abbildung 3) vermutet wurden. Auch konnte die Größenordnung der Vorspannung abgeschätzt werden.

Bei der Anwendung des Membranmodells zeigten sich auch einige Nachteile der Modellierung, insbesondere beim Konvergenzverhalten. So war bei Rechnungen mit Kontakt und Faltenmodell die Verwendung eines Armijo-Verfahrens notwendig. Damit macht sich die aufwändige Ermittlung einer konsistenten Steifigkeitsmatrix für die Kontaktsteifigkeit nicht bezahlt. Darüber hinaus ist zukünftig die Berücksichtigung der Biegesteifigkeit speziell bei der beschichteten Leinwand sinnvoll, da die ausgehärtete Farbe über eine relativ hohe Biegesteifigkeit verfügt und diese Einfluss auf das mechanische Verhalten haben wird. Die Bestimmung der Materialkenngrößen in Zusammenhang mit geeigneten Materialgesetzen wird ein weiterer Schwerpunkt zukünftiger Forschung sein.

## Literatur

- [1] F. M. Mecklenburg (ed.) „Proceedings of the International Conference on the Packing and Transport of Paintings“. In: *Art in Transit Studies in the Transport of Paintings*. London, Sep. 1991.
- [2] D. Ballhaus. „Diskrete Modellierung des Verformungs- und Versagensverhaltens von Gewebemembranen“. Diss. Universität Stuttgart, 2007.
- [3] K. - J. Bathe. *Finite – Elemente – Methode*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1990.
- [4] E Becker und W. Bürger. *Kontinuumsmechanik*. B. G. Teubner Stuttgart, 1975.
- [5] S. K. Bhullar. „Three decades of auxetic polymers: a review“. In: *e-Polymers 2015* 15.4 (2015), S. 205–215.
- [6] P. Chiriboga. „Finite Element Modelling of Vibrations in Canvas Paintings“. Diss. TU Delft, 2013.
- [7] W. H. Press u. a. *Numerical recipes in Fortran 77*. Cambridge University press, 1992.
- [8] G. A Holzapfel. *Nonlinear solid mechanics A continuum approach for engineering*. John Wiley & Sons Ltd., 2004.
- [9] J. Hornig. „Analyse der Faltenbildung in Membranen aus unterschiedlichen Materialien“. Diss. Institut für Mechanik, TU Berlin, 2004.
- [10] J. Hu. *Structure and mechanics of woven fabrics*. Cambridge England: Woodhead publishing Limitd, 2004.

- [11] P. Kosmol. *Methoden zur numerischen Behandlung nichtlinearer Gleichungen und Optimierungsaufgaben*. B. G. Teubner Stuttgart, 1993.
- [12] K. Kracht. „Schwingungsverhaltens von Ölgemälden in Abhängigkeit der Alterung“. Diss. TU Berlin, 2011.
- [13] E. Lübcke. „Zur Beschreibung von Falten in Membranen mittels nichtlinearer finiter Plattenelemente“. Diss. TU Berlin, 1992.
- [14] F. M. Mecklenburg. „Micro Climates and Moisture Induced Damage to Paintings“. In: *Conference on Micro Climates in Museums*. 19 – 23. Copenhagen, Nov. 2007, S. 19–25.
- [15] F. M. Mecklenburg und C. S. Tumosa. „An introduction into the mechanical behavior of paintings under rapid loading conditions“. In: *Art in Transit London*. 1991, S. 137–171.
- [16] F. M. Mecklenburg und C. S. Tumosa. „Mechanical behavior of paintings subjected to changes in temperature and relative humidity“. In: *Art in Transit London*. 1991, S. 173–216.
- [17] F. M. Mecklenburg und C. S. Tumosa. „Temperature and relative humidity effects on the mechanical and chemical stability of collections“. In: *ASHRAE* (Apr. 1999), S. 69–74.
- [18] M. Mir u. a. „Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures“. In: *Advances in Materials Science and Engineering 2014* (2014).
- [19] J. Salvant, E. Barthel und M. Menu. „Nanoindentation and the micromechanics of Van Gogh oil paints“. In: (2011). hal-00593798. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00593798>.
- [20] H. Schoop. „Statik räumlicher Membranen vom Schnittmuster ausgehend.“ In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM* 64 (1984), T 312 –T 314.
- [21] H. Schoop, L. Taenzer und J. Hornig. „Wrinkling of nonlinear membranes“. In: *Computational Mechanics* 29.1 (2002), S. 68–74.
- [22] H. Schwetlick. *Numerische Lösungen nichtlinearer Gleichungen*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin, 1979.
- [23] W. I. Smirnow. *Lehrgang der höheren Mathematik Teil I*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin, 1973.
- [24] L. Taenzer. „Strukturdynamische Modellierung und statische Berechnung von Segelkonstruktionen.“ Diss. Aachen, 1997.
- [25] H. Verhoeven. „Geometrisch und physikalisch nichtlineare finite Plattenelemente mit Berücksichtigung der Dickenverzerrung“. Diss. Aachen, 1993.

- [26] P. de Willigen. „A Mathematical Study on Craquelure and other Mechanical Damage in Paintings“. Diss. TU Delft, 1999.
- [27] P. Wriggers. *Computational Contact Mechanics*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [28] P. Wriggers. *Nichtlineare Finite – Elemente – Methode*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001.
- [29] M.S. Yeoman u. a. „A constitutive model for the warp-weft coupled non-linear behavior of knitted biomedical textiles.“ In: *Biomaterials* 31 (32) (Nov. 2010), S. 8484–8493.
- [30] C. R. T. Young. „Measurement of the Biaxial Tensile Properties of Paintings on Canvas“. Diss. University of London, 1996.
- [31] C. Young und E. Hagan. „In Preparation for Painting: The Artist’s Choice and Its Consequences“. In: Hrsg. von Joyce H. Townsend u. a. London: Archetype., 2008. Kap. Cold temperatures effects on modern paints used for priming flexible supports, S. 163–171.
- [32] G. Zavarise und L. de Lorenzis. „The node-to-segment algorithm for 2D frictionless contact: Classical formulation and special cases“. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 198 (2009), S. 3428–3451.



# Hybride Zerspanung von Faserverbundwerkstoffen mit dem Industrieroboter

Tom Hühns<sup>\*1</sup> und Gerret Christiansen<sup>\*\*2</sup>

<sup>1</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

<sup>2</sup>Institut für Werkzeugmaschinen und Fabrikbetrieb,  
Pascalstr. 8-9, 10587 Berlin

## Zusammenfassung

Steigende Anforderungen an die Energieeffizienz von Kraftfahrzeugen lassen dem Leichtbau in der stark innovationsgetriebenen Automobilbranche eine große Bedeutung zukommen. Dies führt zu einem vermehrten Einsatz von Faserverbundwerkstoffen wie CFK oder GFK. Für die wirtschaftliche Endbearbeitung großer Strukturbauteile aus oben genannten Verbundwerkstoffen werden daher prozesssichere und flexible Bearbeitungssysteme benötigt ([2], S. 662-667). Industrieroboter sind für diese Anwendungen grundsätzlich geeignet, zeigen aktuell jedoch für viele Anwendungen unzureichende Genauigkeiten ([1], S. 706-711)

*Schlüsselwörter:* Faserverbundwerkstoff, Fräsbearbeitung, Ultraschall, Industrieroboter, Datenmanagementsystem

## 1 Zielsetzung und Projektteam

Ziel eines vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie geförderten Verbundprojekts war es, eine hybride Bearbeitungsstrategie für das roboterunterstützte Fräsen von faserverstärkten Kunststoffen zu entwickeln. Die Senkung der Zerspankräfte durch

---

\*tom.huehns@beuth-hochschule.de

\*\*gerret.christiansen@iwf.tu-berlin.de

den Einsatz von Ultraschall im Bearbeitungsprozess soll hierbei zu einer Verbesserung der Gesamtgenauigkeit des Robotersystems führen und damit die Bauteilqualität hinsichtlich Kantenausprägung und Geometrie steigern ([3], S. 113-123). Entlang der Wertschöpfungskette stand ein breit aufgestelltes Konsortium mit insgesamt neun Partnern aus Forschung und Industrie zur Lösungsfindung bereit (Abbildung 1).



Abbildung 1: Projektteam im Verbundvorhaben

## 2 Aufbau der hybriden Roboterzelle

Im Rahmen des Projekts wurde am Institut für Werkzeugmaschinen und Fabrikbetrieb der Technischen Universität Berlin eine hochtechnisierte, hybride Roboterzelle für die Endbearbeitung großer Strukturbauteile mit Unterstützung des Projektpartners carat robotic innovation geplant, entwickelt und vollständig aufgebaut (Abbildung 2).

Parallel konnten im Projektverlauf in den Bereichen Werkzeugentwicklung, Beschichtungstechnologie sowie Ultraschall-Aktortechnik für die roboterbasierte Bearbeitung wertvolle und direkt nutzbare Ergebnisse generiert werden. Zusammen mit dem Hartmetallhersteller G-Elit Präzisionswerkzeuge wurde ein Hartmetallwerkstoff als Substrat definiert, welcher für den ultraschallüberlagerten Bearbeitungsprozess im beschichteten Zustand ein geeignetes Verhältnis von Zähigkeit zu Härte aufweist. Zudem konnte die Beschichtung mit hoher Verbundfestigkeit zwischen Substrat und Schichtsystem mit sehr dünnen, nanokristallinen CVD-Diamantschichten durch die Firma Carbon Competence sichergestellt werden. Die große Herausforderung, einen Ultraschallaktor mit hoher Rundlaufgenauigkeit der aufgenommenen Werkzeuge bei höchsten Drehzahlen bereitzustellen, konnte von den Unternehmen Weber Ultrasonics und Döinghaus Cutting And More gelöst werden. Für die Entwicklung und Bereitstellung einer für diesen hochfrequenten Einsatzfall angepasste Werkzeuggeometrie stand dem Verbundprojekt

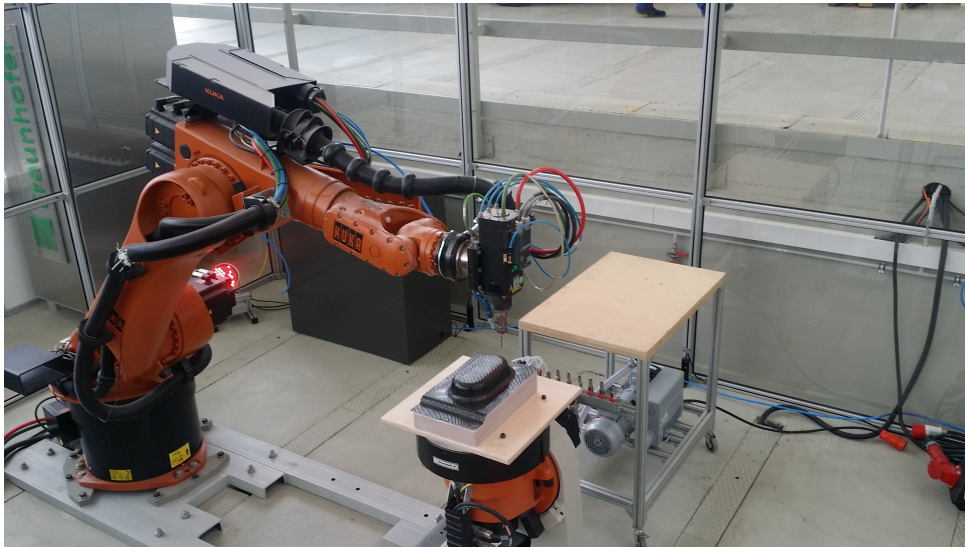


Abbildung 2: Roboterzelle im Versuchsfeld des Instituts für Werkzeugmaschinen und Fabrikbetrieb

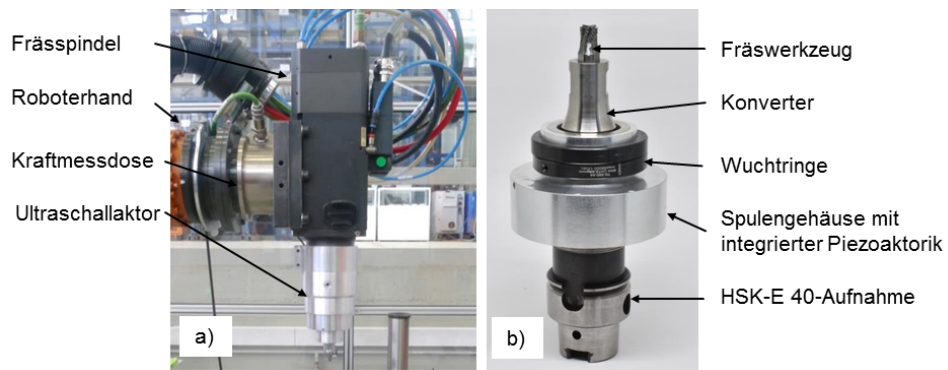


Abbildung 3: Ultraschall-Aktorsystem mit Fräs Werkzeug



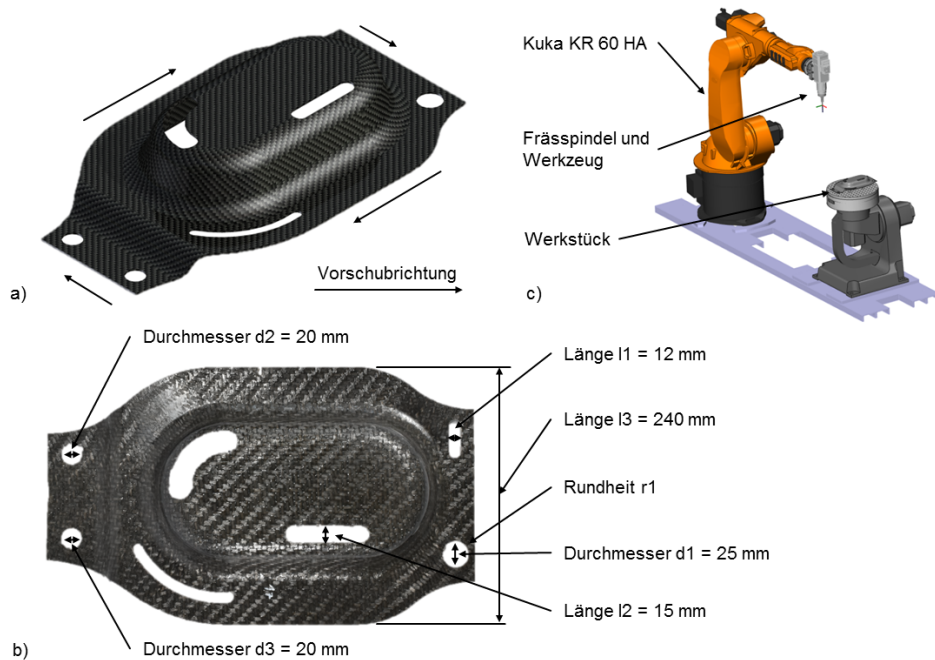


Abbildung 4: a) 3D CAD-Modell, b) reales Referenzbauteil, c) Integration des Referenzbauteils in die CAM-Roboterzelle

mit der Firma Hufschmied Zerspanungssysteme ein starker Partner mit Kernkompetenzen in der Bearbeitung von faserverstärkten Kunststoffen zur Verfügung. Diese Sonderwerkzeuge wurden im weiteren Projektverlauf schrittweise weiterentwickelt und optimiert (Abbildung 3).

Nach ersten technologischen Voruntersuchungen an Halbzeugen wurden die Ergebnisse dieser Untersuchungen auf die Bearbeitung eines Referenzbauteils übertragen. Dieses Referenzbauteil (Abbildung 4) wurde von der Beuth Hochschule in Zusammenarbeit mit der Firma Huber Kunststoff & Technik entwickelt und zeigt für die Bearbeitung von faserverstärkten Strukturbauteilen typischen Herausforderungen. Zu diesen Herausforderungen zählen das sog. Besäumen einer 3D-Kontur, das Einbringen von Bohrungen sowie das Fertigen von Langlöchern.

### 3 Technologische Untersuchungen

Die technologischen Untersuchungen zur Fräsbearbeitung mit dem Ultraschall-Aktorsystem wurden an zwei unterschiedlichen Werkstoffen durchgeführt. In einem ersten

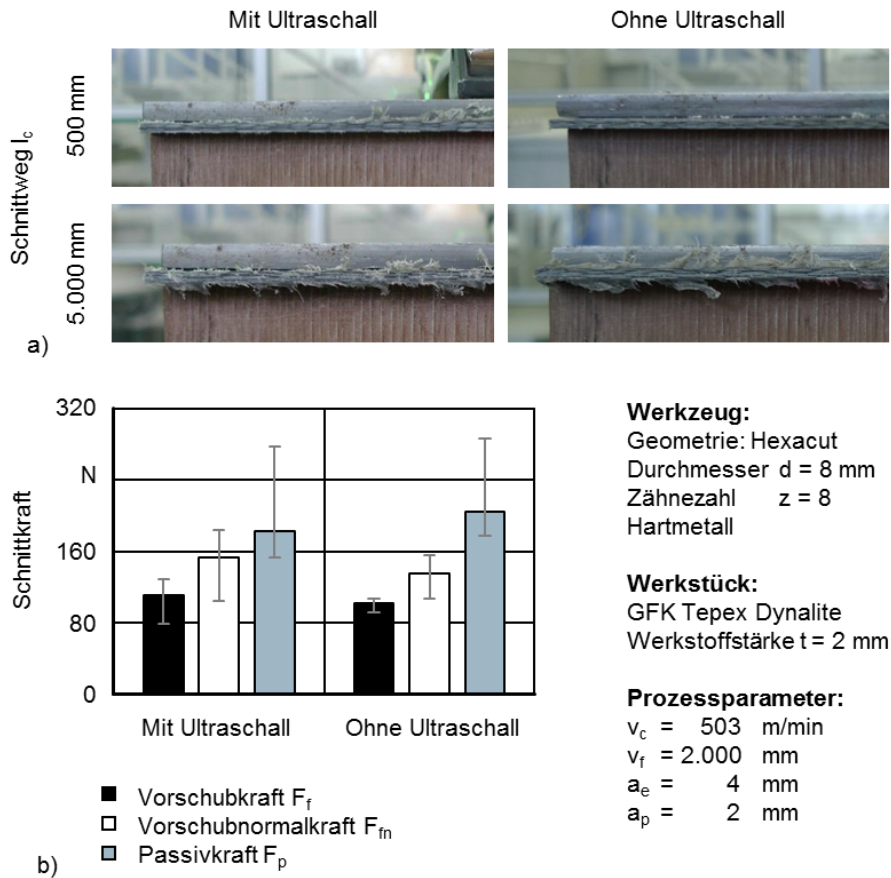


Abbildung 5: Technologische Untersuchungen am GFK-Werkstoff

Schritt erfolgte die Bearbeitung eines thermoplastischen glasfaserverstärkten Kunststoffes, anschließend wurde ein duroplastischer CFK-Werkstoff bearbeitet. Beide Werkstoffe besaßen eine Werkstoffstärke von  $t = 2 \text{ mm}$ . Die Bearbeitung des Werkstoffs erfolgte jeweils mit konstanter Schnittgeschwindigkeit  $v_c = 503 \text{ m/min}$ , konstanter Vorschubgeschwindigkeit  $v_f = 2.000 \text{ mm/min}$  sowie einer konstanten Schnittbreite  $a_e = 4 \text{ mm}$  bei einer Schnitttiefe  $a_p = 2 \text{ mm}$ . Im Rahmen der Versuche erfolgte eine kontinuierliche Messung der Zerspalkraftkomponenten Vorschubkraft  $F_f$ , Vorschubnormalkraft  $F_{fn}$  und Passivkraft  $F_p$  durch eine integrierte Kraftmessensorik.

Die Bearbeitung des thermoplastischen GFK erfolgte vergleichend im ultraschallunterstützten und nicht ultraschallunterstützten Fräsprozess, um den Einfluss der Ultraschallschwingung auf das Bearbeitungsergebnis ohne sonstige Einflüsse zu beur-

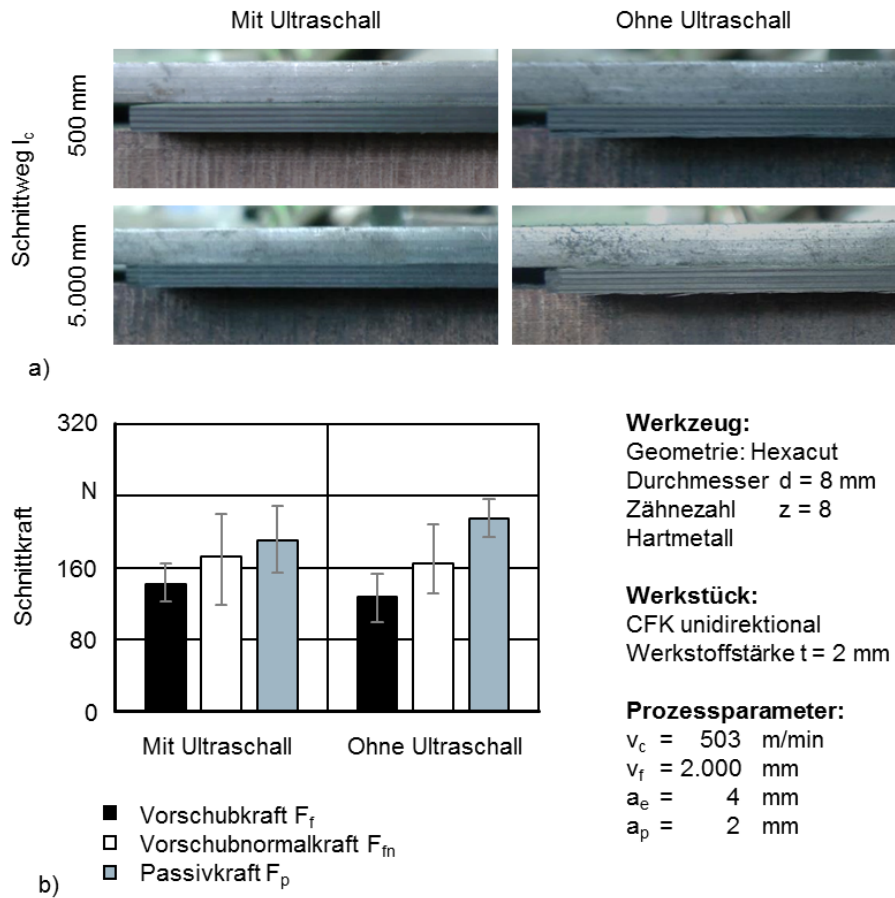


Abbildung 6: Technologische Untersuchungen am CFK-Werkstoff

teilen. Die Auswertung der Werkstückschnittkanten zeigt, dass weder bei der nicht ultraschallunterstützten noch bei der ultraschallunterstützten Fräsbearbeitung eine ausreichende Bearbeitungsqualität erzielt wird. Es ist dabei kein Einfluss der Ultraschallanregung auf das Bearbeitungsergebnis erkennbar. In Abbildung 5 sind beispielhaft Werkstückschnittkanten dargestellt. Als schwerpunktmäßiges Schadensbild treten Anhaftungen des thermoplastischen Matrixwerkstoffs an der Werkstückschnittkante auf. Typische Schädigungen wie Faserüberstände oder Delaminationen können nicht aufgezeigt werden. Die Anhaftungen lassen sich im Anschluss an die Bearbeitung mechanisch entfernen, womit durch Nacharbeit industriell einsetzbare Schnittkanten erzeugt werden können. Die Auswertung der Bearbeitungskräfte zeigt nur einen geringen Einfluss der ultraschallunterstützten Fräsbearbeitung auf die betrachteten Kraftkomponenten (Abbildung 5).

Die Versuche mit dem CFK-Werkstoff zeigen hinsichtlich der vorliegenden Zerspankraftkomponenten ein ähnliches Bild. Auch hier wurde keine signifikante Reduzierung der Kraftkomponenten erreicht. Die erzeugten Werkstückschnittkanten sind allerdings bei dieser Untersuchung ohne Nacharbeit industriell einsetzbar. In Abbildung 6 sind die erzeugten Schnittkanten als Ergebnis der Fräsbearbeitung dargestellt. Auch bei der Bearbeitung von CFK ist keine Abhängigkeit der Qualität der Werkstückschnittkante von der Ultraschallunterstützung feststellbar. Bei allen Versuchen wurden weder Delaminationen, Faserüberstände noch Ausbrüche identifiziert. Dies zeigt die sehr gute Eignung der verwendeten Werkzeuge für den bearbeiteten Werkstoff.

## 4 Entwicklung eines Datenmanagementsystems

Unter Federführung der Beuth Hochschule für Technik wurde ein Datenmanagementsystem zur Sicherung und nachhaltigen Nutzung der Projektergebnisse entwickelt. Bereits während des Projekts sorgte das System für die permanente Verfügbarkeit aktueller Untersuchungsergebnisse und war Grundlage für fundierte Entscheidungen zur weiteren Vorgehensweise. Die anwenderfreundliche Visualisierung der Untersuchungsergebnisse unterstützte in diesem Zusammenhang die Entwicklung von Korrelationen im Gesamtsystem. Seit Projektabschluss dient das Datenmanagementsystem als Wissensspeicher für die innerbetriebliche Umsetzung der Ergebnisse und – durch seine offene Struktur – als erweiterbare Basis für Folgevorhaben im einzelnen Unternehmen sowie im Gesamtkonsortium.

Für das Datenmanagementsystem ist eine relationale Datenbankstruktur entwickelt worden, mit deren Hilfe alle Daten redundanzfrei gespeichert werden. Zusätzlich zu dieser Datenstruktur wurde die Möglichkeit geschaffen, Daten wie Bilder, Grafiken und Excel-Tabellen, die nicht in einer Zelle in Excel gespeichert werden können, abzulegen. Dafür wurde eine Ordnerstruktur zum Auslagern dieser Daten aufgebaut. Daten wer-

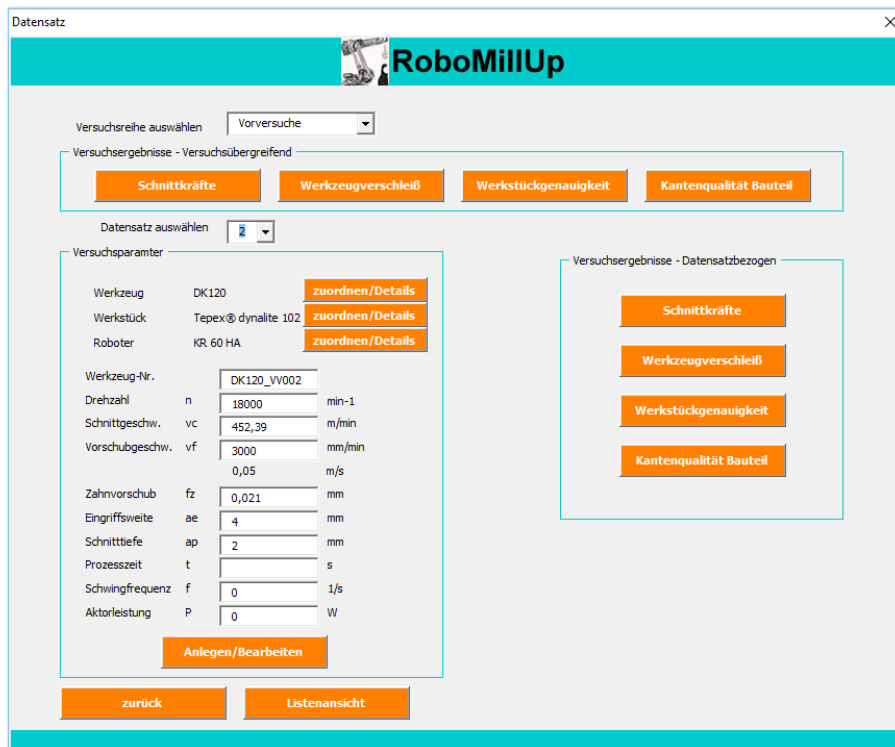


Abbildung 7: Benutzeroberfläche des Datenmanagementsystems

den automatisch abgerufen bzw. abgelegt. Außerdem wird die Ordnerstruktur durch das Datenmanagementsystem bei Bedarf selbstständig erweitert. Um mit dem Datenmanagementsystem arbeiten zu können, wird ein Menüsystem mit Benutzeroberflächen benötigt. Im Menüsystem ist festgelegt, wie die Navigation zwischen den einzelnen Benutzeroberflächen abläuft und welche Funktionen auf den jeweiligen Benutzeroberflächen aufgerufen werden können. Entsprechend der Definition im Menüsystem sind die Benutzeroberflächen angelegt. Die Benutzeroberfläche dient sowohl zur Ein- als auch zur Ausgabe der Daten (Abbildung 7).

Ausgewertet werden die Versuche in den Kategorien Schnittkräfte, Werkzeugverschleiß, Werkstückgenauigkeit und Kantenqualität Bauteil. Exemplarisch ist nachfolgend die Auswertung des Werkzeugverschleißes dargestellt und erläutert (Abbildung 8). In den durchgeführten Versuchen ist alle 1.000 mm Schnittweg  $l_c$  der Verschleiß des Werkzeuges anhand der Verschleißmarke VB ermittelt worden. Die Verschleißmarke wird für jede Schneide des Werkzeuges ermittelt. In die Datenbank wird zur besseren Übersicht nur der jeweilige Maximalwert der Schneiden am zurückgelegten Schnittweg

aufgenommen. Anhand der eingegebenen Messwerte wird durch die Datenbank ein Diagramm erstellt, welches die Verschleißmarke VB über den Schnittweg  $l_c$  darstellt.

Als weiterer Kennwert wird für jeden Versuch der durchschnittliche maximale Verschleiß aller Schneiden ( $vbmax_{\emptyset}$ ) aufgenommen. Außerdem wird die maximale Verschleißmarkenbreite der am wenigsten verschlissenen Schneide ( $vbmax_{min}$ ) und der am stärksten verschlissenen Schneide ( $vbmax_{max}$ ) dokumentiert. Mit Hilfe dieser Kennwerte lassen sich die Versuche im betrachteten Versuchsbereich vergleichen.

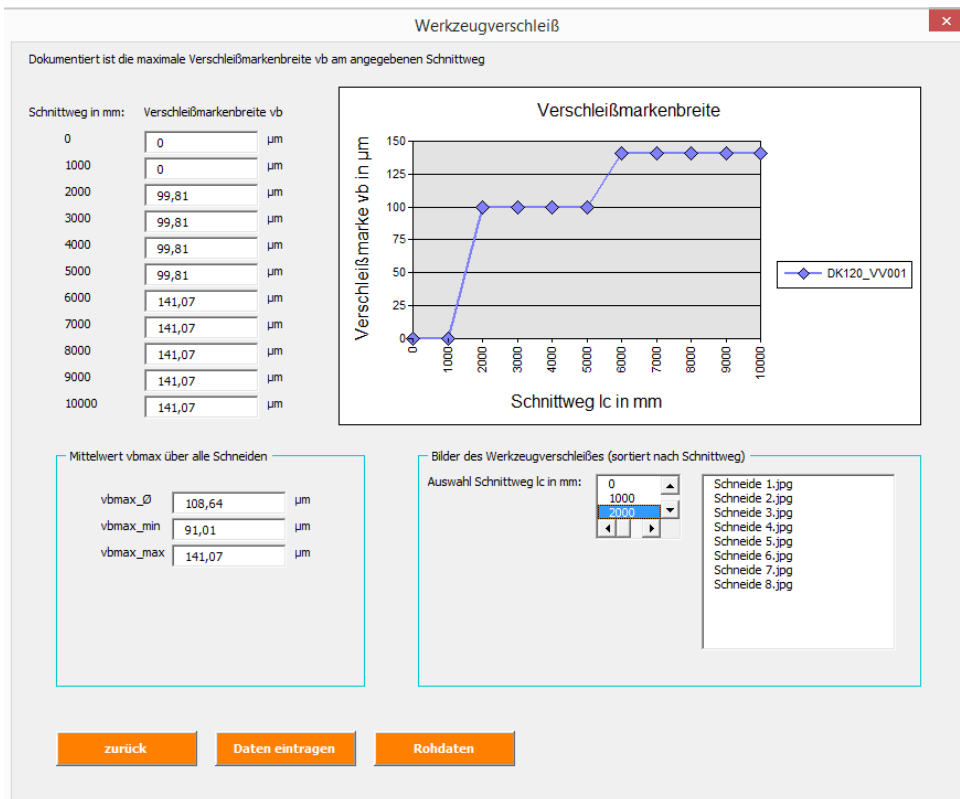


Abbildung 8: Ausgabemaske Werkzeugverschleiß

## 5 Wirtschaftlichkeitsberechnung

Ziel der Wirtschaftlichkeitsberechnung im Projekt RoboMillUp ist es, die die Wirtschaftlichkeit des entwickelten Zerspaltungprozesses zu bewerten. Zusätzlich wird auch ein Vergleich der Wirtschaftlichkeit verschiedener Technologien ermöglicht. In diesem

Zusammenhang wird das oben gezeigte Datenmanagementsystem um ein Modul zur Wirtschaftlichkeitsberechnung erweitert. Die Bestimmung der Wirtschaftlichkeit erfolgt auf Basis der Bestimmung der Fertigungskosten. Alle weiteren Kosten sind unabhängig von der Art der Fertigungstechnologie, damit konstant und müssen hier nicht betrachtet werden. Die Berechnung der Wirtschaftlichkeit erfolgt in der Software nach der in Abbildung 9 dargestellten Grundstruktur. Der Benutzer wird durch die Berechnung geführt und kann erst zum nächsten Schritt wechseln, wenn alle notwendigen Daten eingegeben sind.

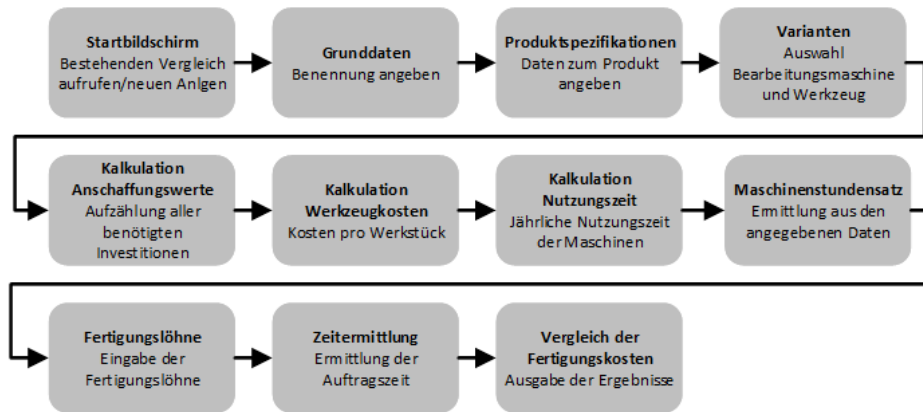


Abbildung 9: Wirtschaftlichkeitsberechnung - Grundstruktur

In der Wirtschaftlichkeitsberechnung werden zahlreiche bereits im Datenmanagementsystem verfügbare Daten genutzt. Dadurch werden Synergien zwischen der Wirtschaftlichkeitsberechnung und der bereits vorhandenen Datenbank geschaffen. Beispielhaft ist in Abbildung 10 die Benutzeroberfläche Varianten dargestellt. In dieser Benutzeroberfläche wird für die zwei zu vergleichenden Varianten die Auswahl der Bearbeitungsmaschine und des Werkzeuges getroffen. Damit wird die Kerntechnologie der jeweiligen Variante festgelegt. Die Aufteilung der Benutzeroberfläche in Variante 1 und Variante 2 ist bei allen weiteren Benutzeroberflächen ähnlich. Es werden auf jeder Benutzeroberfläche jeweils den Werten der Variante 1 die Werte der Variante 2 gegenübergestellt. Auf der Benutzeroberfläche Varianten sind zusätzlich zwei Schnittstellen zur Datenbank vorhanden. Hierbei handelt es sich um die Schnittstelle zu den in der Datenbank hinterlegten Bearbeitungsmaschinen und um die Schnittstelle zu den ebenfalls hinterlegten Werkzeugen.

Abbildung 10: Wirtschaftlichkeitsberechnung – Varianten

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Ergebnis des Verbundprojekts steht am Institut für Werkzeugmaschinen und Fabrikbetrieb der Technischen Universität Berlin eine vollständig aufgebaute Roboterzelle für die ultraschallunterstützten Fräsbearbeitung bereit. Das Ultraschall-Aktorsystem sowie die Kraftmesseinheit konnte mit voller Funktionalität in das Gesamtsystem integriert werden. Weiterhin konnten im Projekt Werkzeuge entwickelt werden, die hinsichtlich Hartmetallsubstrat, Werkzeuggeometrie und CVD-Diamantbeschichtung optimal auf die vorliegende Bearbeitungsaufgabe abgestimmt sind. Entlang der Prozesskette CAD-CAM-CNC konnten die Ergebnisse der technologischen Untersuchungen an Plattenwerkstoffen und am entwickelten Referenzbauteil evaluiert werden. Mit Blick auf die Kantenausprägung wurden beim CFK-Werkstoff vielversprechende Arbeitsergebnisse erzielt. Ein signifikanter Einfluss der Ultraschallanregung des Fräswerkzeugs auf die vorliegenden Zerspankräfte konnte aber nicht nachgewiesen werden. Das Datenmanagementsystem mit integrierter Wirtschaftlichkeitsbetrachtung hat bereits während der Projektlaufzeit den Erfolg des Vorhabens gestützt, nach Projektende steht das System durch seine offene Struktur nun als Grundlage für nachfolgende Projekte bereit.



## Danksagung

Das Forschungsvorhaben wurde in dieser Form durch die Förderung des Bundesministeriums für Bildung und Forschung sowie durch die intensive Zusammenarbeit mit den Projektpartnern Institut für Werkzeugmaschinen und Fabrikbetrieb (IWF) der TU Berlin, Carat robotic innovation GmbH, Dortmund, CarbonCompetence GmbH, Wattens, Österreich, Döinghaus cutting and more GmbH & co. KG, Salzkotten, G-Elit Präzisionswerkzeuge, Berlin, Huber Kunststoff & Technik GmbH, Wiedergeltingen, Hufschmied Zerspanungssysteme GmbH, Bobingen sowie Weber Ultrasonic AG, Karlsruhe ermöglicht.

## Literatur

- [1] E. Abele u. a. „Spanende Bearbeitung mit Industrierobotern - Thermische Einflüsse auf die Bearbeitungsgenauigkeit“. In: *wt – Werkstattstechnik online* 9 (2013).
- [2] E. Uhlmann und G. Christiansen. „Spanende Bearbeitung von Faserverbundkunststoffen - Entwicklung und Einsatz eines Ultraschallsystems für die robotergeführte Fräsbearbeitung“. In: *wt – Werkstattstechnik online* 9 (2017).
- [3] E. Uhlmann u. a. „High Speed Cutting of carbon fibre reinforced plastics“. In: *Procedia Manufacturing* 6.6 (2016).

# Projektmanagement - Transfer erfolgreicher Ansätze aus dem Leistungssport in das industrielle Umfeld

Tom Hühns<sup>\*1</sup> und Zita Grunzke<sup>\*\*2</sup>

<sup>1</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

<sup>2</sup>Siemens AG - EM HP GIS OPS B PP, Nonnendammallee 104,  
13629 Berlin

## Zusammenfassung

Projekte sind als einmalige, bereichsübergreifende, zielorientierte und zeitlich begrenzte Vorhaben fester Bestandteil unserer Arbeitswelt geworden ([2], S. 11). Über Projekte sollen durch zumeist interdisziplinär aufgestellte Projektteams zuvor definierte Ziele erreicht werden. Eine hohe Gesamtkomplexität von Projekten ergibt sich beispielsweise aus hohen inhaltlichen Anforderungen in Verbindung mit einem stark vernetzten Charakter in einer globalen Umgebung mit begrenzten Ressourcen ([7], S. 4). Im Ergebnis sind wir häufig mit der Situation konfrontiert, dass Projekte in unserem Umfeld ihre inhaltlichen Ziele nicht oder nur ungenügend erreichen, kalkulierte Projektkosten teilweise um ein Vielfaches überschritten und Termine nicht eingehalten werden. Ein abgestimmtes Projektmanagement mit klar definierten Funktionen und Rollen kann diesen und weiteren Problemen entgegenwirken ([6], S. 6-7; [3], S. 7; [1], S. 5). Zudem können erfolgreiche Ansätze des Projektmanagements aus vollkommen anderen Bereichen hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit analysiert werden. Ein solcher Transfer erfolgreicher Ansätze aus dem Leistungssport in das industrielle Umfeld hinein wurde im Rahmen dieser Arbeit geprüft.

---

\*tom.huehns@beuth-hochschule.de

\*\*zita.grunzke@siemens.com

*Schlüsselwörter:* Projektmanagement, Projektplanung, Projektsteuerung, Leistungssport

## 1 Einführung

Mit zunehmender Größe eines Unternehmens und zunehmender Konkurrenz auf dem globalen Markt gewinnt das Projektmanagement immer mehr an Bedeutung. DIN 69901-5 definiert Projektmanagement als die Gesamtheit von Führungsaufgaben, der Führungsorganisation, Führungstechniken und Führungsmitteln für die Initiierung, Definition, Planung, Steuerung und den Abschluss von Projekten ([2], S. 14). Darüber hinaus kann das Projektmanagement als Oberbegriff für alle planenden, überwachenden, koordinierenden und steuernden Maßnahmen verstanden werden, die für die Neu- oder Umgestaltung von Systemen oder Prozessen bzw. Problemlösungen erforderlich sind ([7], S. 7).

Die bereichsübergreifende Bearbeitung von Projekten durch eine Vielzahl an Personen erfordert einen gut strukturierten, definierten und transparenten Prozess, um Projekte erfolgreich durchzuführen und abzuschließen. Dies impliziert auch einen sinnvollen Umgang mit den unterschiedlichsten Störgrößen im Projektverlauf. Dies alles ist nicht nur im industriellen Umfeld von Bedeutung, sondern auch im Leistungssport. Wenn auch die expliziten Ziele im industriellen Umfeld und im Leistungssport grundverschieden sein mögen, so vereint sie doch ein gemeinsamer Charakter: Höchstleistung.

Auch im Leistungssport werden Trainings- und Wettkampfprozesse durch Vorgänge gesteuert, die dem Projektmanagement in der Industrie sehr ähnlich sind. Somit stellt sich die Frage, welche erfolgreichen Ansätze aus dem Leistungssport für das Projektmanagement im industriellen Umfeld zur Verbesserung beitragen könnten (Abbildung I).

## 2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Hauptziel der hier beschriebenen Arbeit ist die Bereitstellung von Lösungsansätzen aus dem Leistungssport, um Schwachstellen im Projektmanagement des industriellen Umfelds entgegenzuwirken. Zur Erreichung dieses Hauptziels werden drei Teilziele definiert. Teilziel 1 zielt auf ein grundlegendes Verständnis von Gemeinsamkeiten und Unterschieden des Projektmanagements im industriellen Umfeld sowie im Leistungssport ab. Zur Erreichung von Teilziel 2 werden durch Literaturrecherchen und Experteninterviews Schwachstellen im Projektmanagement des industriellen Umfelds zusammengestellt und dokumentiert. Teilziel 3 zielt nun wiederum durch Literaturrecherchen und Experteninterviews auf Lösungsansätze für die zuvor dokumentierten Schwachstellen



Abbildung 1: Visualisierung der Projektidee

ab. Im Ergebnis werden Schwachstellen und Lösungsansätze gegenübergestellt sowie hinsichtlich ihrer Praxistauglichkeit beurteilt (Abbildung 2)

### 3 Zentrale Bausteine und zeitliche Phasen im Projektmanagement

Projekte besitzen einen definierten Startzeitpunkt sowie einen definierten Abschlussstermin. Die Durchlaufzeit zwischen diesen beiden Zeitpunkten wird in Phasen untergliedert. Häufig werden diese Phasen im industriellen Umfeld eingeteilt in Projektdefinition, Projektplanung, Projektcontrolling und Projektabschluss, die durch Meilensteine in ihrer zeitlichen Abfolge voneinander getrennt sind ([6], S. 31).

Im Leistungssport ist der Begriff „Projekt“ weniger gebräuchlich, auch wenn die oben beschriebenen Merkmale eines Projekts vollständig erfüllt werden. In den Trainingswissenschaften wird im Bereich des wettkampforientierten Leistungssports hier auf die Phasen Wettkampfvorbereitung, Wettkampflenkung und Wettkampfnachbereitung zurückgegriffen ([4], S. 207; [5], S. 269-275). Aus der inhaltlichen Analyse

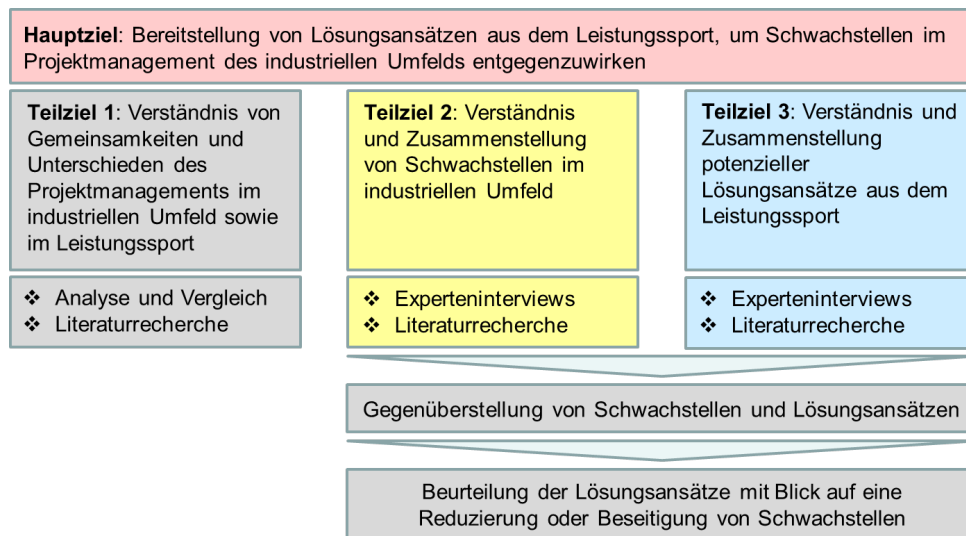


Abbildung 2: Zielsetzung und Vorgehensweise

der genannten Phasen in den betrachteten Bereichen kann ein vergleichendes Modell erstellt werden, das eine vereinfachte Gegenüberstellung ermöglicht (Abbildung 3). Die Phasen Wettkampfvorbereitung, Wettkampflenkung und Wettkampfnachbereitung werden hier in die Phasen Trainingsplanung, Trainings- und Wettkampfsteuerung sowie Wettkampfauswertung überführt. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Phasen in den beiden unterschiedlichen Bereichen zwar in Theorie und Praxis anders bezeichnet werden, sich in Ihrer inhaltlichen Grundstruktur aber nur rudimentär unterscheiden.

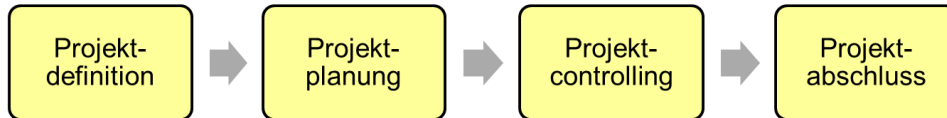
## 4 Analyse von Schwachstellen und Suche nach Lösungsansätzen

Die Analyse von Schwachstellen des Projektmanagements im industriellen Umfeld basiert auf einer umfassenden Recherche der Fachliteratur in diesem Themenkomplex. Zudem werden methodenbasierte Experteninterviews mit erfahrenen Projektleitern aus der Industrie durchgeführt. Im Ergebnis dieser Analyse stehen insgesamt 34 Schwachstellen, die anschließend in sechs übergeordnete Kategorien im Sinne von Überschriften sortiert werden. Diese sechs Kategorien sind:

- Projektteam (Struktur)

- Projektteam (Prozesse)
- Projektplanung und Projektcontrolling
- Zielorientierte Projektarbeit
- Beanspruchung und Motivation
- Projektabschluss

#### Phasen des Projektmanagements im industriellen Umfeld



#### Phasen des Projektmanagements im Leistungssport

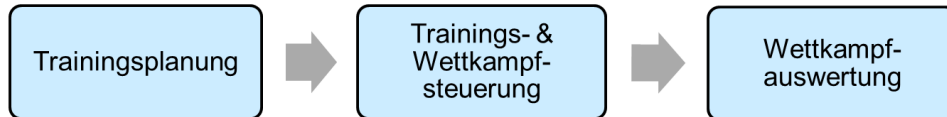


Abbildung 3: Phasen des Projektmanagements im industriellen Umfeld sowie im Leistungssport

Anschließend werden Lösungsansätze für diese 34 Schwachstellen gesucht. Die Basis hierfür bildet wiederum eine umfassende Literaturrecherche. Darüber hinaus werden Experteninterviews mit dem Schwimmtrainer Norbert Warnatzsch sowie der Schwimmerin Britta Steffen durchgeführt. Norbert Warnatzsch war mehrfach Deutscher Schwimmtrainer des Jahres und hat unter anderem die Weltklassenschwimmerinnen Franziska van Almsick und Britta Steffen trainiert. Britta Steffen konnte in ihrer Karriere unter anderem zwei Olympiasiege (2008) sowie zwei Weltmeistertitel (2009) gewinnen. Durch die Interviews mit den oben genannten Persönlichkeiten können sowohl Lösungsansätze aus der Sicht der Sportlerin als auch aus Trainersicht ermittelt werden (Abbildung 4).

Die Fragen in den jeweiligen Interviews zielen hierbei konkret auf Schwachstellen ab, die zuvor aus der Literaturrecherche sowie den Experteninterviews mit den Projektleitern ermittelt wurden. Nachfolgend sollen für ausgewählte Schwachstellen in den oben genannten Kategorien beispielhaft Lösungsansätze aufgezeigt werden.

In der Kategorie **Projektteam (Struktur)** wird als zentrale Schwachstelle die Projektzusammensetzung hinsichtlich Anzahl der Projektmitarbeiter/innen und Qualifikation im Team erkannt. Darüber hinaus wird die fehlende Personalverantwortung



Abbildung 4: Partner für die Experteninterviews: Britta Steffen und Norbert Warnatzsch

des Projektleiters innerhalb des Projektteams kritisiert. Zuständigkeiten bzw. Verantwortlichkeiten sind nicht klar definiert, Aufgaben sind nicht klar oder sinnvoll verteilt. Bei krankheitsbedingten Ausfällen von Teammitgliedern, z.B. aufgrund der weiter unten angesprochenen Überbeanspruchung, fehlen Vertreter/innen.

Die Experteninterviews mit Norbert Warnatzsch und Britta Steffen zeigen, dass im Leistungssport die Teamzusammensetzung als zentraler Baustein des Projekterfolgs definiert wird. Die hier angesetzten Kriterien für die Zusammenstellung von Projektteams übersteigen die Auswahl hinsichtlich Fachkompetenz und Verfügbarkeit deutlich. Teilweise werden sogenannte „Ergänzungssportler“ mit klarem Auftrag im nicht-fachlichen, häufig motivationsfördernden Bereich in das Projektteam integriert. Die fehlende Personalverantwortung wird in den Experteninterviews im Leistungssport nicht als Schwachstelle erkannt. Sportmediziner, Physiotherapeuten, Psychologen und viele andere Teammitglieder sind zeitgleich in unterschiedlichste Projekte integriert – und trotzdem gut organisiert, gut strukturiert und in der Regel im einzelnen Projekt zu voller Leistung bereit.



Hinsichtlich der Kategorie **Projektteam (Prozesse)** werden im industriellen Umfeld als Schwachstellen mangelhafte Kommunikation und schlechte Zusammenarbeit genannt. Zudem wird die häufige Missachtung von Regeln und Prozessen kritisiert (Abbildung 5).



Abbildung 5: Beachtung und Missachtung von Regeln

Die Experteninterviews im Leistungssport verweisen hier auf klare, verständliche und verbindliche Regeln für die Kommunikation und Zusammenarbeit. Diese Regeln erfüllen keinen Selbstzweck als Teil der Dokumentation im Unternehmen. Hier wird ein Regelwerk mit konkreten Leitsätzen als Arbeitsdokument aufgebaut, das von einem Standard ausgehend auf das einzelne Projekt mit seinen Teammitgliedern individuell angepasst wird. Das Dokument wird gemeinsam erstellt, verabschiedet und verbindlich unterschrieben. Diese Regeln werden dann im Projektalltag „gelebt“. Kommunikation erfolgt in Teammeetings aber auch in Vier-Augen-Gesprächen. Hier muss ein Vertrauensverhältnis als Schlüssel zum Erfolg vorliegen.

Als zentrale Schwächen in der Kategorie **Projektplanung und Projektcontrolling** werden zusammenfassend Planungsdefizite hinsichtlich Zeit-, Kosten- und Ressourcenplanung genannt. Potenzielle Projektrisiken werden im Vorfeld nicht ausreichend analysiert bzw. im laufenden Projekt nicht erkannt oder beachtet. Grundsätzlich wird die Qualität in der Projektüberwachung kritisiert.

Die Experteninterviews zeigen, dass der Projektplanung im Leistungssport ein sehr hoher Stellenwert eingeräumt wird. Während im industriellen Umfeld häufig von einem „notwendigen Übel“ gesprochen wird, steht die Projektplanung hier für einen notwendigen Schritt zur Zielerreichung. Projektrisiken werden während allen Projektphasen



betrachtet und beurteilt. Zentrales Risiko im Leistungssport sind Verletzungen oder Krankheiten der Athleten. Diesen Risiken muss im täglichen Training mit geeigneten präventiven Maßnahmen begegnet werden. Hier nimmt das Zusammenspiel von Beanspruchung und Erholung eine zentrale Rolle ein. Dies wird auch in der später folgenden Kategorie Motivation und Beanspruchung mit Blick auf eine notwendige Regeneration adressiert. Dem oben genannten Problem mangelhafter Qualität in der Projektüberwachung wird mit der Selbstkontrolle durch alle Projektmitglieder begegnet.

Innerhalb der Kategorie **Zielorientierte Projektarbeit** werden unbekannte, nicht oder ungenügend definierte sowie unrealistische Projektziele als Schwäche erkannt. Darüber hinaus werden sich im Projektverlauf ändernde Projektziele, sogenannte Moving Targets, als problematisch beschrieben. Für den Projektverlauf ergibt sich aus dem Studium der Fachliteratur sowie aus den Experteninterviews ein Defizit im häufig nicht kontinuierlichen Projektfortschritt. Teilweise werden bis zu 80 % der Arbeitspakete in den letzten 20 % der Projektlaufzeit umgesetzt.

Im Leistungssport werden Projektziele üblicherweise methodenbasiert smart definiert (smart: spezifisch, messbar, attraktiv, realistisch, terminiert). Ziele werden zwischen Trainer und Sportler festgelegt, dokumentiert und unterschrieben. Die Projektziele müssen im gesamten Projektteam klar kommuniziert werden, jedes Teammitglied muss sich mit den definierten Zielen identifizieren. Auch dem sozialen Umfeld des Sportlers werden diese Ziele mitgeteilt. Zwischenziele, auch im Sinne von „Standortbestimmungen“ durch Wettkämpfe im laufenden Projekt, entsprechen den Meilensteinen des Projektmanagements im industriellen Umfeld. Besondere Ereignisse, zum Beispiel verletzungsbedingte Ausfälle, können zu Änderungen von Zielen führen. Häufig sind hierbei nur Zwischenziele betroffen, das Gesamtziel kann und soll weiterhin bestehen bleiben. Damit dies funktioniert, muss aber das gesamte Team unmittelbar informiert und der Trainingsplan an die aktuellen Gegebenheiten angepasst werden.

Besonders deutlich wird hier die Notwendigkeit, das Projekt fristgerecht abzuschließen: Der Wettkampf bei Weltmeisterschaften oder Olympischen Spielen wird nicht verschoben werden, weil ein Athlet noch nicht bereit ist. Auch ein diskontinuierlicher Projektfortschritt ist im Leistungssport unmöglich. Nehmen wir an, ein Marathonläufer plant für seine Vorbereitung auf den Berlin-Marathon einen wöchentlichen Laufumfang von 195 bis 230 Kilometern ein. Wenn hier nun 80 % des Gesamtumfangs – wie oben beschrieben – in 20 % der Zeit am Ende des Projekts umgesetzt werden, wird das Projekt mit Sicherheit nicht erfolgreich abgeschlossen werden. Darüber hinaus muss man sich im industriellen Umfeld bewusst machen, dass nicht jeder Vorgang mit mehr Ressourcen beschleunigt werden kann.

Als Schwächen innerhalb der Kategorie **Motivation und Beanspruchung** wird mangelnde oder vollständig fehlende Motivation der Projektmitglieder genannt. Die Beanspruchung im Projekt wird als subjektiv geprägte Größe häufig als zu hoch

empfunden. Weiterhin wird bei Minder- oder Schlechtleistungen die Wahrnehmung im Team bzw. im Unternehmen als kritisch angesehen.

Im Leistungssport kann diesen Schwächen mit intrinsisch motivierten Teammitgliedern entgegengewirkt werden. Wichtig sind hierbei die persönliche Identifikation mit dem Vorhaben und die Wahrnehmung von Erfolgen auf Zwischentritten im Projekt. Neben dieser zwingend notwendigen intrinsischen Motivation kann auch eine extrinsische Motivation unterstützend wirken. Dies könnte ein Sieg in einem Zwischenwettkampf schaffen, der zu Anerkennung führen bzw. auch mit einem attraktiven Preisgeld verbunden sein kann. Und auch wenn der Spruch „keine Klage ist Lob genug“ weit verbreitet ist, so kann ein explizit ausgesprochenes Lob im Projektverlauf dankbar aufgenommen werden. Auch Minderleistungen oder Niederlagen können lehrreiche Erfahrungen darstellen und sollten daher auch als solche empfunden werden. Neben den oben genannten Leistungstest im Sinne von Zwischenwettkämpfen können auch medizinische Analysen mit sich verbessernden Werten motivierend auf die Athleten wirken.

Ein wichtiger Punkt ist zudem die Regeneration. In der beruflichen Praxis wird der Projektmitarbeiter nach dem Abschluss eines Projekts häufig direkt in einem Folgeprojekt verplant. Teilweise liegt hier durch zeitlichen Verzug im ersten Projekt sogar eine Überlappung vor. In Verbindung mit der oben beschriebenen „80/20-Regel“ sind hier Überbeanspruchungen und Motivationsprobleme nicht unwahrscheinlich. Im Leistungssport müssen Regenerationsphasen – physisch und psychisch motiviert – geplant und umgesetzt werden. Im laufenden Trainingsprozess sind diese Phasen in die jeweiligen Zyklen integriert und selbstverständlich auch nach Projektende vorgesehen.

Mentale Stärke wird gezielt durch mentales Training aufgebaut. So sollen die Athleten in die Lage versetzt werden, schwierigen Situationen professionell zu begegnen. Darüber hinaus soll mit diesem psychologischen Ansatz die Fähigkeit unterstützt werden, zum Zieltermin die angestrebte Höchstleistung zu erzielen.

Innerhalb der Kategorie **Projektabschluss** wird kritisiert, dass das Projektende nicht oder unzureichend wahrgenommen wird. Es stehen bereits neue Aufgaben für die Projektmitglieder bereit, die bearbeitet werden müssen. Häufig fehlt auch die Zeit für einen kritischen Rückblick auf die Projektlaufzeit. Dies kann dazu führen, dass sich Fehler in Folgevorhaben aufgrund fehlender Reflexion bzw. Dokumentation wiederholen.

Das Projektende muss „sichtbar“ sein, der Projekterfolg muss „spürbar“ sein. Ist dies nicht der Fall, kann dies wieder Einfluss auf die oben gezeigte Motivation besitzen. Ein erfolgreicher Sportler wird nach dem finalen Wettkampf mit dem Team feiern und auch – je nach Sportart oder Wettkampf – im Interesse der Medien oder der Gesellschaft stehen. Gleichmaßen könnten erfolgreiche Projekte eine abteilungs- oder bereichsübergreifende Wertschätzung im Unternehmen erfahren. In diesem Zusammenhang würden auch die zu dokumentierenden positiven und negativen Erfahrungen des

Projekts im Unternehmen weitergegeben.

## 5 Beurteilung der Untersuchungsergebnisse

Im Ergebnis dieser Arbeit stehen keine vollkommen neuen Ansätze. Dies entsprach auch nicht der Erwartungshaltung vor Beginn der Untersuchung. Die Arbeit zeigt eine Vielzahl von Schwachstellen, mit denen wir uns im Berufsleben mehr oder weniger arrangiert haben. Die positiven Gegenbeispiele aus dem Leistungssport sollen uns hierbei im Sinne einer Aktivierung ermuntern, an der Reduzierung oder Beseitigung dieser Defizite zu arbeiten. Auch sollen Schwachstellen im Projektmanagement des Leistungssports nicht unerwähnt bleiben. Diese standen aber nicht im Fokus dieser Untersuchung.

## Danksagung

Diese Arbeit konnte nur durch die intrinsisch motivierte und wohlwollende Unterstützung der Experten aus dem Projektmanagement und dem Leistungssport erstellt werden. Den erfahrenen Projektleitern, die mit hohem zeitlichem Aufwand und durch ihre ehrlichen Einschätzungen zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Ebenso herzlich bedanken wir uns für die wertvolle Unterstützung durch die Schwimmerin Britta Steffen sowie den Schwimmtrainer Norbert Warnatzsch. Ohne ihre Einblicke in die Lösungsansätze aus dem Leistungssport wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

## Literatur

- [1] *DIN 69901-1:2009-01. Projektmanagement – Projektmanagementsysteme; Grundlagen.* Beuth Verlag.
- [2] *DIN 69901-5:2009-01. Projektmanagement – Projektmanagementsysteme; Begriffe.* Beuth Verlag.
- [3] Peter Heintel und Ewald E. Krainz. *Projektmanagement – Hierarchiekrisis, Systemabwehr, Komplexitätsbewältigung.* 6. Springer-Verlag, Wiesbaden, 2015.
- [4] Andreas Homann, Martin Lames und Manfred Letzelter. *Einführung in die Trainingswissenschaft.* Limpert-Verlag, Wirbelsheim, 2010.
- [5] Kuno Hottenrott und Georg Neumann. *Trainingswissenschaft – Ein Lehrbuch in 14 Lektionen.* Bd. 7. Meyer & Meyer Verlag Aachen, 2010.

- [6] Walter Jakobi. *Projektmanagement für Ingenieure*. 2. Springer-Verlag Wiesbaden, 2013.
- [7] Jürg Kuster u. a. *Handbuch Projektmanagement*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2006.



# Flexible Stromspeicher: Phasenwechselmaterialien in Kombination mit solarer Kühlung

Paul Kohlenbach\*

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Fachbereich VIII,  
Luxemburger Str. 10, 13353 Berlin, Germany

## Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird untersucht, inwiefern die Speicherung von überschüssigem Solarstrom einen wirtschaftlichen Vorteil für den Betrieb einer solarunterstützten Kälteanlage bringt. Es wird ein solar unterstütztes Kühlhaus als Referenz angenommen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die PV-Anlage keine Einspeisevergütung mehr für den erzeugten Strom erhält und dass die PV-Anlage überschüssigen Strom nicht ins Netz einspeisen kann. Für das Kühlhaus wird der zusätzliche Einsatz von (a) Batteriespeichern zur direkten Speicherung und (b) Speichern mit Phasenwechselmaterialien (PCM) zur indirekten Speicherung von Überschussstrom untersucht.

Es wird gezeigt, dass ein wirtschaftlicher Betrieb mit Speicher möglich ist, jedoch eine Verringerung der in diesem Beitrag angenommenen Kosten für die Speicher notwendig ist. Im Falle des PCM-Speichers und einer PV-Leistung von  $112 \text{ kW}_p$  können geringere Kältegestehungskosten bei spezifischen Zusatzkosten unterhalb  $\text{€}44/\text{kWh}_{th}$  erreicht werden, dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von  $-39 \%$ . Ist eine PV-Leistung von  $224 \text{ kW}_p$  vorhanden, so ergeben sich geringere Kältegestehungskosten bei spezifischen Zusatzkosten unterhalb  $\text{€} 76/\text{kWh}_{th}$ , dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von  $-16 \%$ .

Die Verwendung eines Batteriespeichers erzeugt derzeit höhere Kosten. Geringere Kältegestehungskosten für die Variante mit  $112 \text{ kW}_p$  ergeben sich erst für Zusatzkosten unterhalb  $\text{€} 120/\text{kWh}_{el}$ , dies entspricht einer notwendigen Kostenreduktion von  $-84 \%$ .

---

\*kohlenbach@beuth-hochschule.de

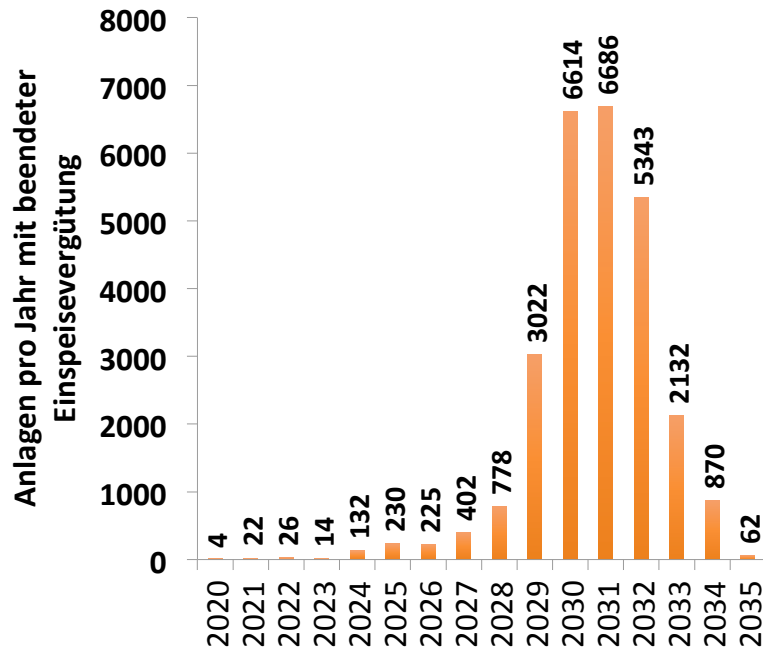


Abbildung 1: Anzahl der PV-Dachanlagen in der Leistungsklasse  $> 100 \text{ kW}_p$ , deren fixe Einspeisevergütung nach EEG im jeweiligen Jahr endet. (1/eigene Darstellung)

In der Variante mit  $224 \text{ kW}_p$  ergeben sich unterhalb Zusatzkosten von  $\text{€ } 220/\text{kWh}_{el}$  geringere Kältegestehungskosten, dafür müssen die Zusatzkosten um  $-71 \%$  reduziert werden.

*Schlüsselwörter:* Photovoltaik, Solares Kühlen, Kältespeicher, Phase Change Material, Phasenwechselmaterial

## 1 Einführung

Seit dem Jahr 2000 werden in Deutschland Photovoltaik-Anlagen (PV) mit fester Einspeisevergütung nach EEG errichtet. Im Jahr 2020 läuft für die ersten dieser Anlagen die 20-jährige Bindung an die EEG-Einspeisevergütung aus. Abb. 1 zeigt für Dachanlagen in der Leistungsklasse größer  $100 \text{ kW}_p$  die Anzahl der PV-Anlagen, für welche in den Jahren ab 2020 die EEG-Bindung ausläuft. Diese Anlagen haben zwar einen reduzierten Wirkungsgrad, sind jedoch in ihrer Funktion ansonsten nicht eingeschränkt. Im Interesse des Betreibers sollen diese existierenden, abgeschriebenen Anlagen weiter in Betrieb bleiben. Es stellt sich nun die Frage, welche Betriebsweise

dafür aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten optimal ist. Der Betreiber der PV-Anlage könnte die erzeugte elektrische Energie ins Netz einspeisen und dafür mit seinem Netzbetreiber einen neuen, EEG-unabhängigen Einspeisevertrag aushandeln. Er könnte weiterhin versuchen, möglichst viel der erzeugten elektrischen Energie selbst zu verbrauchen. Im letzteren Fall sollte eine Gleichheit von Erzeugung und Verbrauch gegeben sein, sowohl was die jeweilige Leistung als auch den Zeitpunkt angeht. Dies ist in der Realität jedoch bei weitem nicht immer gegeben. Eine nach dem EEG-vergütete Anlage wurde i.d.R. auf maximale Einspeiseenergiemenge optimiert, nicht auf evtl. Verbraucherleistung und/oder Erzeugungszeitpunkt. Daher ist der Einsatz von Speichern eine sinnvolle Alternative, um die Eigenverbrauchsmenge an elektrischer Energie einer solchen Anlage zu steigern [3]. In diesem Artikel wird nun untersucht, unter welchen Randbedingungen der Einsatz einer photovoltaischbasierten Kälteanlage mit Speicherung von Überschussenergie wirtschaftlich sinnvoll ist.

In den vorgestellten Anlagenkonfigurationen wird zum einen eine Batterie zur Speicherung von überschüssiger elektrischer Energie eingesetzt. Zum anderen wird überschüssiger Solarstrom direkt in Kälte umgewandelt und in einem Speicher mit Phasenwechselmaterial (engl. Phase change material, PCM) gespeichert. Es wird ein Vergleich der Anlagenkonfiguration mit PCM-Speicher, einem Batteriespeicher sowie einer PV-Anlage ohne Speicher als Referenzsystem gezogen.

## 2 Methodik

Die vergleichenden Untersuchungen in diesem Artikel wurden für ein theoretisches Kühlhaus mit einer Grundfläche von  $1.250 \text{ m}^2$ , einem zu kühlenden Volumen von  $10.000 \text{ m}^3$ , einer Kühltemperatur von  $0^\circ\text{C}$ , einer installierten Kälteleistung von  $129 \text{ kW}_T$  und einem spezifischen elektrischen Gesamtverbrauch von  $65 \text{ kWh}_{el}/(\text{m}^3 \cdot \text{a})$  durchgeführt [6]. Es wird davon ausgegangen, dass die Kühlhausdachfläche mit PV-Modulen belegt ist, welche bereits 20 Jahre lang in Betrieb waren. Diese sind genau nach Süden ausgerichtet und in einem Winkel von  $15^\circ$  zur Horizontalen angestellt. Es wird davon ausgegangen, dass keine Einspeisevergütung für die PV-Energie mehr gewährt wird. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass der bestehende Stromliefervertrag des Kühlhausbetreibers *keine* Einspeisung von PV-Strom ins Netz zulässt. Dies bedeutet, dass überschüssiger PV-Strom zu Spitzenzeiten nicht verwendet werden kann. Um Spitzenstrommengen dennoch wirtschaftlich verwerten zu können werden daher in diesem Beitrag zwei Speichertechnologien zur Spitzenstromaufnahme untersucht. Abb. 2 zeigt die (konventionelle) Variante der Energiespeicherung mittels einer Batterie, Abb. 3 zeigt die Variante der Energiespeicherung mittels eines Phasenwechselspeichers (PCM). Alle Szenarien wurden für den Standort Stuttgart untersucht, Klima- und Einstrahlungsdaten wurden aus der Meteonorm-Datenbank entnommen. [2]



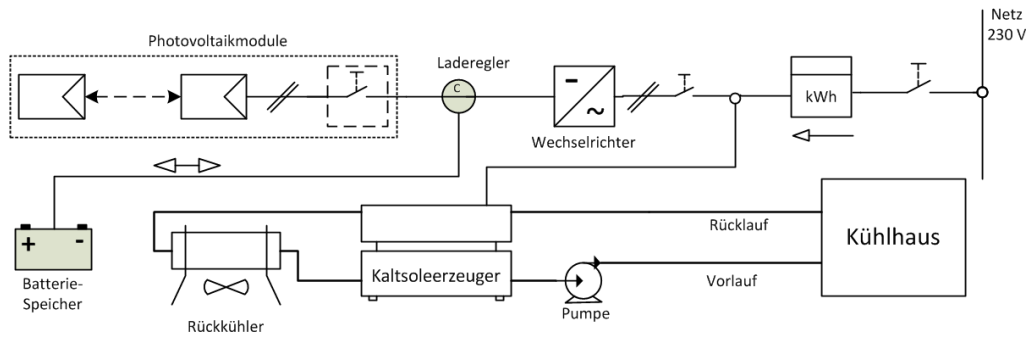


Abbildung 2: Systemschema PV-Anlage mit Batteriespeicher

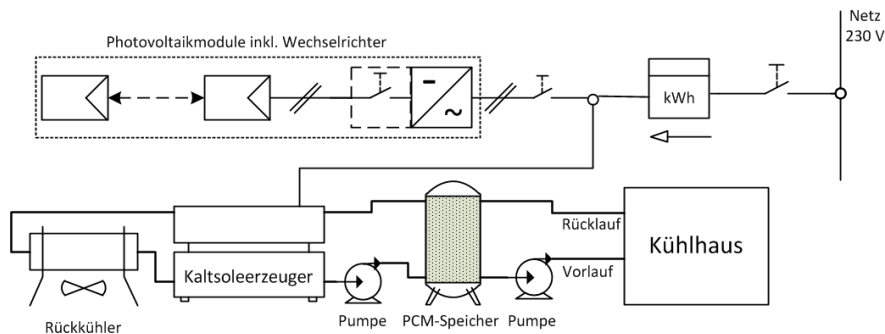


Abbildung 3: Systemschema PV-Anlage mit PCM-Speicher

Abb. 2 verdeutlicht die Funktionsweise einer PV-Anlage mit Batteriespeicher: Durch PV-Module erzeugte elektrische Energie kann entweder direkt zum Betrieb des Kaltsoleerzeugers genutzt werden oder im Batteriespeicher zwischengespeichert werden. Die Speicherung der elektrischen Energie erfolgt auf der Gleichstromseite des Wechselrichters. Sofern keine Energie von der PV-Anlage geliefert wird und der Batteriespeicher auf die Entladetiefe entleert wurde erfolgt Strombezug aus dem Netz.

Abb. 3 hingegen zeigt die Funktionsweise einer PV-Anlage mit PCM-Speicher. In diesem Fall wird die komplette elektrische Energie der PV-Anlage mittels des Kaltsoleerzeugers in thermische Energie gewandelt. Diese wird der Sole entzogen, somit kühlt die Sole ab. Die kalte Sole sorgt für die Phasenumwandlung (Einfrieren) des PCM-Materials im PCM-Speicher, entzieht diesem also thermische Energie. Das Pumpen von warmer Sole aus dem Kühlhaus durch den PCM-Speicher sorgt für die umgekehrte Phasenumwandlung (Auftauen), fügt also dem PCM-Material die dem Kühlhaus entzogene thermische Energie zu. Durch den geregelten Betrieb beider Solepumpen kann über die Volumenströme der Sole entweder Energie in den Speicher gebracht

werden, dem Speicher Energie entzogen werden oder die dem Kühlhaus entzogene Wärme direkt (ohne Speicherung) an den Kältsolerzeuger weitergeleitet werden. Der Speicher fungiert somit gleichzeitig als hydraulische Weiche. Durch die Umwandlung der elektrischen in thermische Energie vergrößert sich die zu speichernde Energiemenge, da der COP des Kältsolerzeugers i.d.R. größer Eins ist. Der PCM-Speicher ist somit größer auszulegen als die Batterie im ansonsten gleichen Szenario. Weiterhin ist ein größerer Kältsolerzeuger notwendig, um die in diesem Szenario größeren überschüssigen elektrischen Energiemengen in speicherbare thermische Energie zu wandeln.

In einem ersten Szenario wird davon ausgegangen, dass ausschließlich die verfügbare Dachfläche des Kühlhauses mit PV-Modulen belegt ist. Es gibt keine weiteren mit PV-Modulen belegten Freiflächen in Kühlhausnähe. Im zweiten Szenario wird eine doppelt so große installierte PV-Peak-Leistung untersucht. Diese ist für das angenommene Kühlhaus nicht mehr ausschließlich auf dem Dach unterzubringen, daher wird eine zusätzliche mit PV-Modulen belegte Freifläche in unmittelbarer Nähe<sup>1</sup> des Kühlhauses angenommen. Tabelle 1 zeigt die Übersicht der beiden untersuchten PV-Szenarien.

Tabelle 1: Übersicht der installierten PV-Anlagen (Szenarien)

<b>PV-Anlage</b>	<b>Szenario 1 Nur Dachfläche</b>	<b>Szenario 2 Dach- und Freifläche</b>
Peak-Leistung installiert	112 kW <sub>p</sub>	224 kW <sub>p</sub>
Ausrichtung der Anlage	Süden	Süden
Standort des Kühlhauses	Stuttgart	Stuttgart

Beiden Szenarien lagen die folgenden allgemeinen Annahmen zugrunde:

- Die jährlichen Wartungskosten für den Kältsolerzeuger betragen 6 % der Investitionssumme des Kältsolerzeugers
- Die Jahresarbeitszahl des Kältsolerzeugers beträgt 2,0
- Die Moduldegradation von PV-Modulen nach bereits 20 Jahren Betrieb beträgt 0,8 % je Jahr. <sup>5</sup>
- Jede durch PV erzeugte Kilowattstunde elektrische Energie wird entweder in die Batterie oder direkt an den Kältsolerzeuger geleitet und dort verbraucht (es gibt *keine* Einspeisung ins Netz)

<sup>1</sup>Eine direkte Kabelverbindung zwischen Wechselrichter der PV-Freifläche und Verbrauchern des Kühlhauses muss realisierbar sein

Der wirtschaftliche Vergleich der Szenarien wurde mittels Berechnung der Kältegestehungskosten (Levelized Cost of Cooling Energy, LCCE) durchgeführt. Für den technischen Vergleich wurden Simulationen mit der Software PV\*Sol [4](#) durchgeführt.

$$LCCE = \frac{I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{E_t}{(1+i)^t}}$$

$I_0$  : gesamte Investitionsausgaben [€]  
 $C_t$  : Jährliche Gesamtkosten im Jahr t [€]  
 $E_t$  : Verfügbare Kälteenergie im Jahr t [kWh<sub>r</sub>]  
 $i$  : realer kalkulatorischer Zinssatz [%]  
 $n$  : wirtschaftliche Nutzungsdauer [a]  
 $t$  : Jahr der Nutzungsperiode (1, 2, ... n)

Als gesamte Investitionsausgaben  $I_0$  wurden nur die zusätzlichen, neu zu investierenden Kosten der jeweiligen Speichertechnologie angesetzt. PV-Anlage sowie Kaltsoleerzeuger wurden als existierend angenommen und somit nicht als Anfangsinvestition einbezogen. Über die angenommene wirtschaftliche Nutzungsdauer von 20 Jahren wurden jedoch unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Lebensdauer der Komponenten (siehe Tabelle [2](#)) die Investitionskosten für den Ersatz nach Ablauf der Lebensdauer (siehe Tabelle [3](#)) in die Berechnung der LCCE miteinbezogen. Gleichermaßen wurden die Betriebskosten der Anlage in  $C_t$  miteinbezogen.

Tabelle 2: Annahmen zur Wirtschaftlichkeitsrechnung

Annahmen zur Wirtschaftlichkeitsberechnung	Alle Szenarien
Betrachtungszeitraum n	20 Jahre
Wirtschaftliche Lebensdauer Kaltsoleerzeuger inkl. Peripherie	20 Jahre
Wirtschaftliche Lebensdauer PV-Module und Peripherie, ohne Wechselrichter	20 Jahre <a href="#">2</a>
Wirtschaftliche Lebensdauer Wechselrichter	20 Jahre
Wirtschaftliche Lebensdauer Batteriespeicher	15 Jahre
Wirtschaftliche Lebensdauer PCM-Speicher	20 Jahre
Inflationsrate	+1,0 % /a
Kalkulationszins i	5,0 %
Strombezugspreis Netz (Gewerbetarif netto, Arbeitspreis inkl. Netzentgelte und Abgaben)	0,1646 €ct/kWh <sub>el</sub>
Jährliche Änderung Strombezugspreis Netz	+1,0 % /a

<sup>2</sup>Hier: 20 Jahre ab Beginn des Betrachtungszeitraumes, d.h. 40 Jahre Lebensdauer insgesamt

Tabelle 3: Annahmen zu Investitionskosten

Speichertechnologie	Einheit	Batterie		PCM	
		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 1	Szen. 2
Installierte PV-Leistung Peak (Jahr 1)	kW <sub>p</sub>	112	224	112	224
Spezifische Investitionskosten Stromspeicher	€/kW <sub>h<sub>el</sub></sub>	750	750	-	-
Preisdegression Stromspeicher	%/a	-2,5	-2,5	-	-
Spezifische Investitionskosten PCM-Speicher	€/kW <sub>h<sub>th</sub></sub>	-	-	41	41
Preisdegression PCM-Speicher	%/a	-	-	0	0
Investitionskosten Speicher, netto installiert	€	243.750 €	487.500 €	26.941 €	53.882 €
Nominale Kühlleistung installiert	kW <sub>r</sub>	129	129	129	129
Zusätzlich zu installierende Kühlleistung im PCM-Betrieb	kW <sub>r</sub>	-	-	20	169
Investitionskosten für zusätzlich zu installierende Kühlleistung im PCM-Betrieb	€	-	-	20.000 €	64.988 €
Wartungskosten für zusätzlich zu installierende Kühlleistung im PCM-Betrieb	€/a	-€	-€	1.441 €	5.365 €
<b>Gesamtinvestitionskosten für Speicher und zusätzliche Kühlleistung (Jahr 1)</b>	<b>€</b>	<b>243.750 €</b>	<b>487.500 €</b>	<b>46.941 €</b>	<b>118.870 €</b>

### 3 Ergebnisse und Analyse

Für den Betreiber einer 20 Jahre alten PV-Anlage stellt sich die Frage nach dem wirtschaftlich günstigsten Betrieb ohne feste Einspeisevergütung. In Abb. 4 ist zunächst die solare Deckungsrate für den Betrieb ohne und mit Energiespeicher dargestellt.

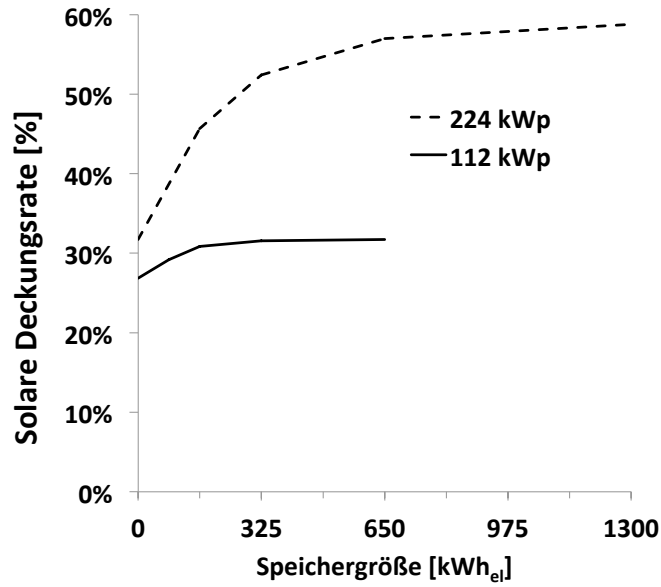


Abbildung 4: Solare Deckungsrate mit und ohne Energiespeicher.

Die solare Deckungsrate lässt sich durch Einsatz eines Energiespeichers steigern, dabei nähert sie sich einem Maximalwert an. Für die Untersuchung in diesem Artikel wurde die Speichergröße wie folgt gewählt, Tabelle 4. Größere Speicher erhöhen die solare Deckungsrate nur noch geringfügig, verursachen aber deutlich höhere Investitionskosten, was sich wiederum negativ auf die Wirtschaftlichkeit auswirkt. Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen mit den gewählten PV-Leistungen und Speichergrößen sind in Tabelle 4 dargestellt.

Der nach Abzug der durch PV erzeugten und für den Kühlhausbetrieb genutzten elektrischen Energie resultierende Strombezug aus dem Netz verringert sich durch Einsatz eines Energiespeichers, Tabelle 4. Dies liegt daran, dass überschüssige Energie der PV-Anlage nun nicht abgeregelt werden muss, sondern im Speicher gelagert und zu einem späteren Zeitpunkt wieder genutzt werden kann. Die Ergebnisse zeigen, dass die überschüssige Energiemenge einer 112 kW<sub>p</sub>-Anlage im Durchschnitt bei ca. 17 MWh<sub>el</sub>/a liegt, die einer 224 kW<sub>p</sub>-Anlage im Durchschnitt bei ca. 91 MWh<sub>el</sub>/a. Aus diesen Energiemengen ergeben sich demnach eingesparte jährliche Stromkosten,

Tabelle 4: Übersicht der Simulationsergebnisse für Erzeugung, Verbrauch und Solare Deckungsrate

Speicher-technologie	Einheit	Kein Speicher		Kein Batterie		Kein PCM	
		112	224	112	224	112	224
Installierte PV-Leistung Peak (Jahr 1)	kW <sub>p</sub>	112	224	112	224	112	224
Größe Batteriespeicher	kWh <sub>el</sub>	-	-	325	650	-	-
Größe PCM-Speicher	kWh <sub>th</sub>	-	-	-	-	650	1300
Verbrauch elektrische Energie Kühlhaus	kWh <sub>el/a</sub>	325.569	325.569	325.569	325.569	325.569	325.569
Deckung des Verbrauchs Kühlhaus durch PV-Anlage (Jahr 1)	kWh <sub>el/a</sub>	87.428	103.261	87.383	117.396	105.298	202.208
Resultierender Strombezug aus Netz (Jahr 1)	kWh <sub>el/a</sub>	238.141	222.308	222.817	139.971	220.271	123.351
Solare Deckungsrate	%	27	32	31	57	32	62

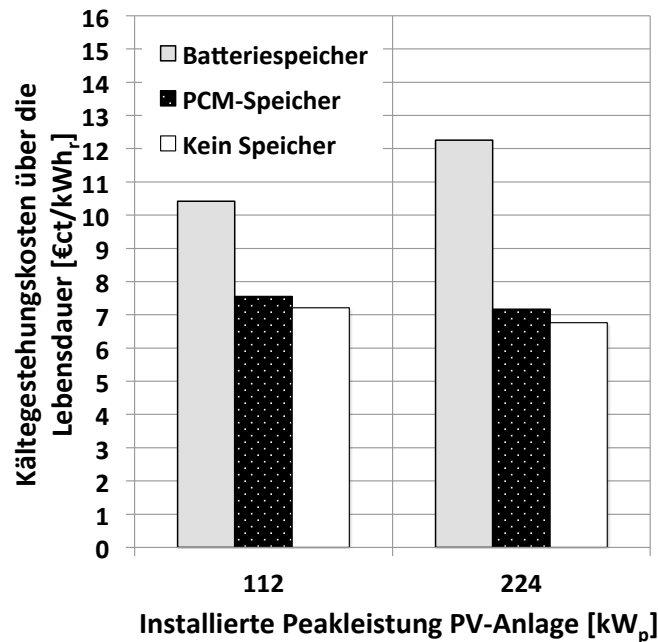


Abbildung 5: Kältegestehungskosten über den Betrachtungszeitraum bei gegebenen Annahmen.

welche mit den zusätzlichen Investitionskosten für die jeweilige Speichertechnologie gegengerechnet werden müssen.

Die Kältegestehungskosten durch Einsatz einer Speichertechnologie, bezogen auf eine Kilowattstunde Kälte über den Betrachtungszeitraum, sind in Abb. 5 für die gewählten PV-Leistungen und Speichergrößen dargestellt. Ebenfalls dargestellt sind die Kältegestehungskosten ohne Speicher, diese betragen für die Variante mit 112  $\text{kW}_p$  7,2  $\text{€ct/kWh}_{el}$  und für die Variante mit 224  $\text{kW}_p$  6,8  $\text{€ct/kWh}_{el}$ . Der Einsatz eines Batteriespeichers erzeugt Kältegestehungskosten von 10,4  $\text{€ct/kWh}_{el}$  (in der Variante mit 112  $\text{kW}_p$ ) bzw. 12,3  $\text{€ct/kWh}_{el}$  (224  $\text{kW}_p$ ), der Einsatz eines PCM-Speichers inkl. vergrößerter Kälteleistung von 7,6  $\text{€ct/kWh}_{el}$  bzw. 7,2  $\text{€ct/kWh}_{el}$  (112 / 224  $\text{kW}_p$ ).

Im Vergleich der zusätzlichen Kosten der beiden Speichervarianten in Abb. 5 ist der PCM-Speicher die wirtschaftlich günstigere Variante. Allerdings werden bei den gegebenen Annahmen die Kältegestehungskosten der Variante ohne Speicher nicht unterschritten. Dies bedeutet, dass in diesem Fall die Zusatzkosten für die jeweilige Speicherung die finanzielle Einsparung bei den Strombezugskosten aus dem Netz überschreiten.

Mittels einer Sensitivitätsanalyse wird nun ermittelt, in welchem Maße sich die Zu-

satzkosten für die Speichertechnologien verringern müssten, um einen wirtschaftlichen Vorteil gegenüber der Variante ohne Speicher zu generieren, Abb. 6 und Abb. 7. Die Bezugsgröße sind in diesem Fall die spezifischen Zusatzkosten für Speicherbetrieb  $c_{Sp}$ , welche wie folgt berechnet wurden:

$$C_{Sp} = \frac{I_{0,Sp} + I_{0,KKM}}{Q_{Sp}}$$

$I_{0,Sp}$  : gesamte zusätzliche Investitionskosten für Speicher [€]  
 $I_{0,KKM}$  : gesamte zusätzliche Investitionskosten für Kältemaschine (nur PCM) [€]  
 $Q_{Sp}$  : Speichereinheit [kWh<sub>el</sub> oder kWh<sub>th</sub>]

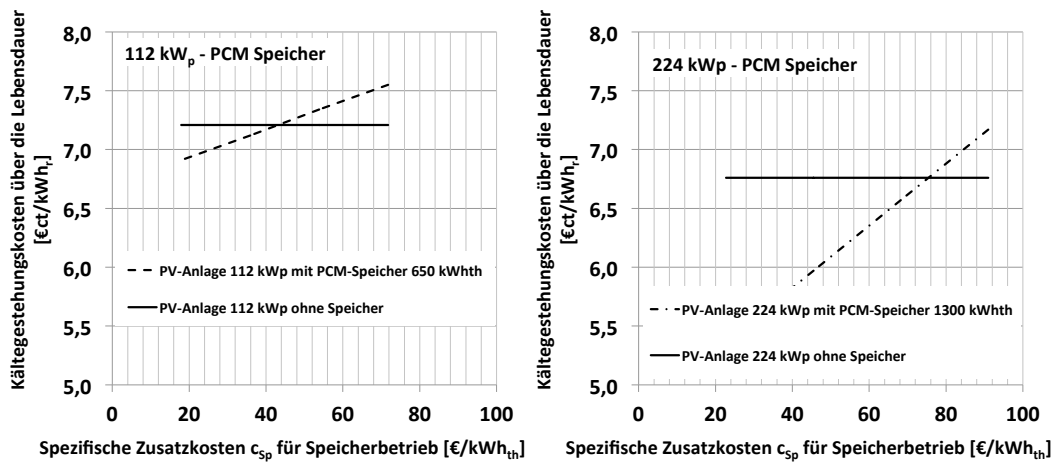


Abbildung 6: Sensitivitätsanalyse über Zusatzkosten für Speicherbetrieb – PCM-Speicher.

Abb. 6 und Abb. 7 zeigen, dass ein wirtschaftlicher Betrieb mit Speicher möglich ist, jedoch eine Verringerung der in diesem Beitrag angenommenen Kosten für die Speicher notwendig ist. Im Falle des PCM-Speichers und einer PV-Leistung von 122 kW<sub>p</sub> können geringere Kältegestehungskosten bei spezifischen Zusatzkosten unterhalb € 44/kWh<sub>th</sub> erreicht werden, dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von -39 %. Ist eine PV-Leistung von 224 kW<sub>p</sub> vorhanden, so ergeben sich geringere Kältegestehungskosten bei spezifischen Zusatzkosten unterhalb € 76/kWh<sub>th</sub>, dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von -16 %.

Die Verwendung eines Batteriespeichers erzeugt derzeit höhere Kosten. Geringere Kältegestehungskosten für die Variante mit 112 kW<sub>p</sub> ergeben sich erst für Zusatzkosten unterhalb € 120/kWh<sub>el</sub>, dies entspricht einer notwendigen Kostenreduktion von -84%.



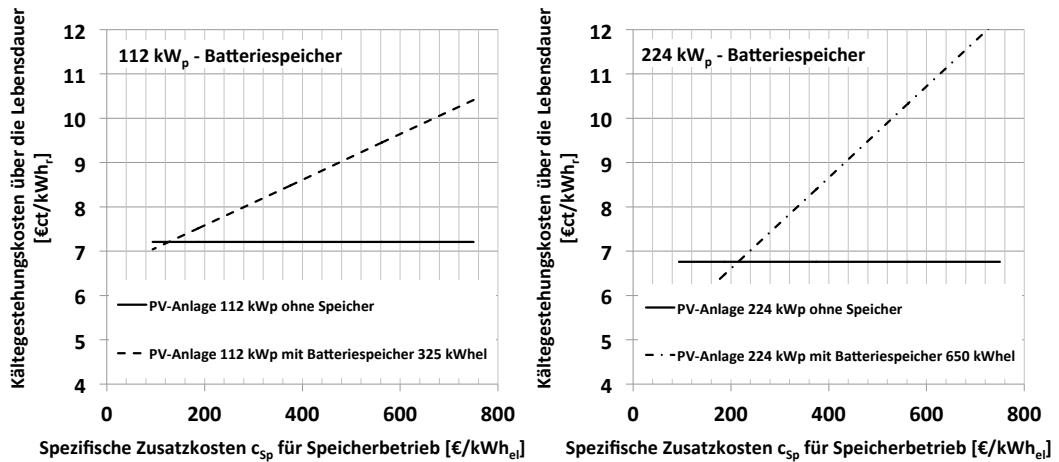


Abbildung 7: Sensitivitätsanalyse über Zusatzkosten für Speicherbetrieb – Batteriespeicher.

In der Variante mit 224 kW<sub>p</sub> ergeben sich unterhalb Zusatzkosten von € 220/kWh<sub>el</sub> geringere Kältegestehungskosten, dafür müssen die Zusatzkosten um -71 % reduziert werden.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Im vorliegenden Artikel wird untersucht, unter welchen Randbedingungen der Einsatz von Photovoltaik-Anlagen mit elektrischem oder thermischem Speicher für die unterstützende Stromversorgung eines Kühlhauses derzeit wirtschaftlich sinnvoll ist. Dabei wird davon ausgegangen, dass die PV-Anlage keine Einspeisevergütung mehr für den erzeugten Strom erhält und dass die PV-Anlage überschüssigen Strom nicht ins Netz einspeisen kann. Der Einsatz von Energiespeichern kann das Abregeln überschüssiger PV-Leistung verhindern und somit den Eigenverbrauch der Anlage erhöhen. Die wirtschaftlichen Bedingungen für die Installation und den Betrieb eines Batterie- sowie eines Phasenwechselfspeichers (PCM) werden in diesem Artikel untersucht. Unter der Verwendung obiger Annahmen und aktueller Kosten für die jeweilige Speichertechnologie wird gezeigt, dass ein wirtschaftlicher Betrieb mit Speicher möglich ist, jedoch eine Verringerung der in diesem Beitrag angenommenen Kosten für die Speicher notwendig ist. Im Falle des PCM-Speichers und einer PV-Leistung von 112 kW<sub>p</sub> können geringere Kältegestehungskosten bei spezifischen Zusatzkosten unterhalb € 44/kWh<sub>th</sub> erreicht werden, dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von -39 %. Ist eine PV-Leistung von 224 kW<sub>p</sub> vorhanden, so ergeben sich geringere Kältegestehungskosten bei

spezifischen Zusatzkosten unterhalb € 76/kWh<sub>th</sub>, dies entspricht einer erforderlichen Kostenreduktion von -16 %.

Die Verwendung eines Batteriespeichers erzeugt derzeit höhere Kosten. Geringere Kältegestehungskosten für die Variante mit 112 kW<sub>p</sub> ergeben sich erst für Zusatzkosten unterhalb € 120/kWh<sub>el</sub>, dies entspricht einer notwendigen Kostenreduktion von -84 %. In der Variante mit 224 kW<sub>p</sub> ergeben sich unterhalb Zusatzkosten von € 220/kWh<sub>el</sub> geringere Kältegestehungskosten, dafür müssen die Zusatzkosten um -71 % reduziert werden.

Es lässt sich zusammenfassen, dass sowohl für Batteriespeicher als auch für PCM-Speicher ein wirtschaftlicher Betrieb für das beschriebene Kühlhaus möglich ist, sofern sich die errechneten Kostenreduktionen in naher Zukunft erreichen lassen.

## Nomenklatur

### Abkürzungen

<i>COP</i>	Coefficient of Performance
<i>PV</i>	Photovoltaik
<i>EEG</i>	Erneuerbare-Energien-Gesetz
<i>LCCE</i>	Levelized Cost of Cooling Energy

### Indices

<i>th</i>	thermisch
<i>el</i>	elektrisch
<i>r</i>	Kälte (refrigeration)
<i>p</i>	peak

## Literatur

- [1] Bundesnetzagentur. *EEG-Registerdaten*.
- [2] *Meteonorm (2009). Global Meteorological Database, Version 6.1*.
- [3] Kohlenbach P. und Jakob U. *Solar Cooling - The Earthscan Expert Guide to Solar Cooling Systems*. Routledge Chapman & Hall, 2014.
- [4] *PV\*Sol Premium 2017 (Valentin Software)*.
- [5] Volker Quaschnig, Axel Grochowski und Rolf Hanitsch. *Untersuchung von Alterungserscheinungen bei Fotovoltaikmodulen*. URL: <https://www.volker-quaschnig.de/artikel/pvalterung/index.php> (besucht am 11.11.2017).
- [6] Michael Weilhart. *Moderne Kühllhäuser – Technik zur Erhaltung der Qualität bei Plus- und Minustemperaturen*. URL: <http://www.tis-gdv.de/tis/tagungen/svt/svt10/weilhart/inhalt.htm> (besucht am 13.11.2017).



# Mapping Theatre Architecture: Der Theaterbaukatalog Berlin

Bri Newesely

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin, Germany

## Zusammenfassung

Die digitale Aufbereitung der Theaterbausammlung der TU Berlin (DFG-Projekt 2016-2018)<sup>1</sup> liefert vielschichtige Anknüpfungspunkte zur Erforschung und Kontextualisierung. Über 10.000 Fotos, Zeichnungen und Schriftstücke, die erfasst, digitalisiert und über die Datenbank des Architekturmuseums der TU Berlin online gestellt wurden, bieten einen einzigartigen Querschnitt durch die mitteleuropäische Theaterbaulandschaft im 20. Jahrhundert.

Aus diesen Quellen entsteht eine Theaterkartografie der Stadt Berlin in bestimmten historischen Momenten, begleitet von einem Katalog, der die sowohl historischen sowie noch existierenden knapp 250 Spielstätten vorstellt. In markanten Zeitschnitten von 1690 bis heute zeigt sich die lebendige Entwicklung szenischer Orte der Theaterhauptstadt, um die architektonische, szenische und technische Struktur zu vergleichen und zu analysieren. Zudem erlaubt diese Systematik Rückschlüsse auf die Veränderung der Theater im Gefüge der städtischen Entwicklung.

*Schlüsselwörter:* Theaterbau, Berlin, Architekturmuseum, Stadtentwicklung, Öffentlicher Raum, Theatertechnik, Digitalisierung, Historisches Erbe, Mapping, Theatre, Architecture

---

<sup>1</sup>Vgl. Laube/Nägelke/Newesely/Ritter: DFG-Abschlussbericht Theaterbausammlung, Berlin 2018

## 1 Die Digitalisierung des Theaterbausammlung der TU Berlin eröffnet neue Möglichkeiten zur Erforschung der mitteleuropäischen Theaterbaulandschaft

Der erste wichtige Schritt ist jetzt getan, die Theaterbausammlung ist in der Datenbank des Architekturmuseums online zugänglich:

<https://architekturmuseum.ub.tu-berlin.de>

Die Sammlung enthält Materialien aus dem Zeitraum 1939 bis 1969 zu über 500 Theaterbauten – in Deutschland, Österreich, Frankreich, Slowenien, Polen, der Tschechischen Republik und Russland. Die bildlichen Quellen – Schnitte, Fotografien und Schrift-Dokumente – geben einen fundierten Einblick in die Situierung, den Umfang und den Zustand mitteleuropäischer Kulturbauten. Die Qualität der Dokumente und ihre Verfügbarkeit eröffnen weitere Forschungswege.

Zugleich gibt die Sammlung wertvolle Einblicke in die Visionen des architektonischen Aufbruchs der Nachkriegsmoderne bis in die 60er und 70er-Jahre – dies am Beispiel Gerhard Graubners, der zu den wegweisenden bundesrepublikanischen Theaterarchitekten gehörte. Von ihm stammen die für die Theaterbaukunst der Nachkriegsmoderne so beispielhaften Schauspielhäuser in Bochum und in Wuppertal oder der Umbau des Nationaltheaters in München.

Das Hauptaugenmerk der Theaterbausammlung liegt auf einem Konvolut, das Albert Speer in seiner Funktion als Generalbauinspektor für die Reichshauptstadt (GBI) 1939 in Auftrag gab: Geplant war ein umfassendes Handbuch mit dem Titel „Das Deutsche Theater“. Das Material zu diesem Handbuch beinhaltet detaillierte architektonische und bühnentechnische Beschreibungen sämtlicher existierender Theaterbauten des damaligen „Großdeutschen Reiches“. Zur Vorbereitung dieses Publikations-Projekts beauftragte Speer den Architekten und Bauforscher Theodor von Lüpke mit einem Berliner Team aus Architekten, Kunsthistorikern, mehreren Bauzeichnern und weiteren externen Beratern für Theaterwissenschaft und Bühnentechnik. Trotz der herrschenden Kriegssituation wurden von 1939 bis 1944 über 500 Theater fotografisch, zeichnerisch und mithilfe eines standardisierten Fragebogens erfasst.

Das Handbuch „Das Deutsche Theater“ blieb ein unpubliziertes Projekt. 319 Theater-Mappen konnten durch Lüpke über das Kriegsende hinweg gerettet werden. Dieser „GBI-Bestand“ gelangte 1947 zunächst an das Theaterwissenschaftliche Institut der Stadt Hannover in die Hände des dortigen Leiters Friedrich Kranich, der zuvor auch schon als Berater für bühnentechnische Fragen dem Projekt nahestand. Kranich benutzte dieses Material für seine weitere Forschung, es blieb jedoch unveröffentlicht. Nach Kranichs Tod verkaufte sein Sohn das Material 1969 an die Universitätsbibliothek der TU Berlin, die den Bestand an das damals von Kurt Dübbers neu gegründete Institut für Theaterbau übergab, wo bis 1987 intensiv zur Bauaufgabe „Theater“

gelehrt und geforscht wurde.<sup>2</sup>

Die drei Kooperationspartner – das Architekturmuseum der TU Berlin, der Studiengang Bühnenbild\_Szenischer Raum der TU Berlin und der Studiengang Theater- und Veranstaltungstechnik der Beuth Hochschule Berlin – erkannten die wissenschaftlich-historische Bedeutung der Materialien: Vergleichbare Quellenmaterialien in dieser Ausführlichkeit und gleichzeitig flächendeckenden Dimension sind bisher nicht bekannt und unterstreichen die Einzigartigkeit des Bestands. Zudem sind die überlieferten Materialien trotz ihrer bewegten Geschichte in einem gut erhaltenen Zustand.

Die Theaterbausammlung bildet insbesondere in der jetzt digitalisierten Form eine historisch, kulturell und institutionsgeschichtlich gleichermaßen aussagekräftige Quelle. Das Besondere an der Arbeit mit auratischen Original-Objekten ist, dass sie die „Gegenwart der Vergangenheit“ zum Vorschein bringen und bestenfalls den Genius Loci zurückgewinnen. Die historische Distanz aber und die intensive Beschäftigung mit den Dokumenten während des Digitalisierungsprozesses ermöglichen einen völlig neuen Zugang und erzählen heute ihre ganz eigene Geschichte.

## 2 Neue Perspektiven

Ziel ist, auf der Grundlage der Sammlungsbestände die erfassten Daten auszuwerten, zu kontextualisieren und mit heutigem theoretischen und technologischen Bezug neu zu bewerten. Inhaltlicher Ausgangspunkt ist die Beobachtung, dass theaterbauliche und szenografische Architekturen (ihre Materialisation, ihre Ordnung und ihre Verortung) in vielfacher Hinsicht mit den politischen, kulturellen und künstlerischen Umbrüchen im 20. Jahrhundert in Zusammenhang stehen. Formen und Praktiken, Wissen um visuelle Wirkung, Akustik und Materialien, aber auch das Wissen um repräsentative Ordnungen von Herrschaft) stehen mit den baulichen Ausdrucksformen der jeweiligen politischen Systeme im Theaterbau in einem steten Spannungsverhältnis.

Einerseits bildet die Sammlung eine Bestandsaufnahme der visionären Entwicklungen der 20er- und 30er-Jahre, andererseits dokumentieren die Objekte aber auch Stagnation sowie Rück- und Umbau während des „Dritten Reichs“ von 1933 bis 1945. Architektur und Theater haben seit jeher einen herausragenden politischen Stellenwert, als öffentliche Künste, die besonders auch im urbanen Raum wirken. Die Machthaber in der NS-Zeit wollten sie – wie die Vision von Germania zeigt – zu einem der wirksamsten Instrumente für die Massenmanipulation machen. Beim Theater bezog sich dies aber vor allem auf die Inhalte, denn während des Nazi-Regimes entstehen jedoch erstaunlicherweise nur wenige Theaterneubauten: das Dessauer Theater (Architekten Franz Lipp / Werry Roth, Bauzeit 1935–1938), das Theater in Saarbrücken (Architekt Paul Baumgarten, 1938 als Gautheater Westmark eröffnet) oder das Apollo Theater

---

<sup>2</sup>Vgl. Zielske, Harald: Deutsche Theaterbauten bis zum zweiten Weltkrieg, Berlin 1971

in Köln (Architekt Ernst Huhn, Bauzeit 1938–1939). Aus propagandistischen Gründen wurden Theater umbenannt, wie z. B. das „Große Schauspielhaus Berlin“ in „Theater des Volkes“ und Theater zu Grenzlandtheatern ausgebaut (Zittau, Bautzen, Flensburg, Klagenfurt, Ratibor u. a.). Vielerorts kommt es zu Rück- und Umbauten, um den vorgeschriebenen Einbau einer Führerloge durchführen zu können.

### **3 Mapping Theatre Architecture: Der Theaterbaukatalog Berlin**

Die digitale Aufbereitung der Theaterbausammlung der TU Berlin liefert vielschichtige Anknüpfungspunkte zur Erforschung und Kontextualisierung dieses einzigartigen Querschnitts durch die mitteleuropäische Theaterbaulandschaft des vergangenen Jahrhunderts. Aus diesen Quellen entsteht eine Theaterkartografie der Stadt Berlin in bestimmten historischen Momenten, begleitet von einem Katalog, der die sowohl historischen sowie noch existierenden knapp 250 Spielstätten vorstellt. Mit dem Theaterbaukatalog wird die Vielfalt theatraler und performativer Orte – auch im öffentlichen Raum – untersucht und als konzeptuelle Karten zu den physischen Kulturstätten und der immateriellen Theaterarbeit in Bezug zu den Darstellenden Künsten, der Architektur sowie zum Städtebau gestellt.

Durch eine dafür entwickelte neuartige analytisch-vergleichende Bestandsaufnahme manifestiert sich ein vielschichtiges Bild der theatralen Landschaft Berlins, welches in dieser ausführlichen Detailschärfe bisher noch nicht vorliegt. Mithilfe von speziell entwickelten Zeichensystemen wird eine Form der visuellen Vermittlung gefunden, die sich als Methodik der Handwerkszeuge des Architekturentwurfs bedient und die recherchierten Ergebnisse in vereinheitlichter und gut lesbarer Form der Öffentlichkeit zu Verfügung stellt.<sup>3</sup>

Die komplexe Aufbereitung des historischen Materials wird das Verständnis für die zukünftige Auseinandersetzung, Bewertung und Konzeption von Theaterbauten voranbringen. Mit dem Werkzeug der Georeferenzierung werden die Theaterbauten in den Metropolen in ihrer stadträumlichen Entwicklung historiografisch aufgearbeitet und interdisziplinär analysiert.

Berlin verändert sich ständig, wird erweitert, erneuert, durch Krieg zerstört, wiederaufgebaut, Straßen werden umbenannt, Zentrum und Peripherie durch die Mauer vertauscht, es wächst zusammen, wird wieder umbenannt, neu gebaut und nochmals verändert, ein andauernder Prozeß. Daher gibt der Georeferenzpunkt und die Einbettung in historisches und aktuelles Kartenmaterial Aufschluss darüber, welche urbanen

---

<sup>3</sup>Vgl. Danilsen/Newesely/Ritter: Theatrale Kartographien für Berlin, In: Die Vierte Wand 07, Berlin 2017





Mapping Theatre Architecture, 1880-1910  
(Newesely / Ritter / International Observatory of Scenic Spaces)



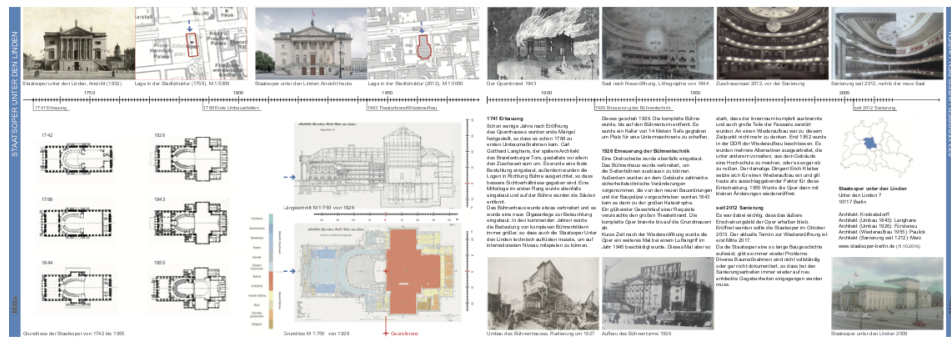
Mapping Theatre Architecture, 1910-1940  
(Newesely / Ritter / International Observatory of Scenic Spaces)





Grundvoraussetzungen für den Bau, den Betrieb oder die Einrichtung der theatralen Räume vorliegen.

Das Theater als immaterielles Kulturerbe, ob es von der Gebäudetypologie als solches sichtbar und erkennbar ist oder auch nicht, wird didaktisch als Wert vermittelt und stärkt dadurch die Kreativwirtschaft und den Kultur- und Tourismusbereich.<sup>4</sup> Davon ausgehend, dass der Bau von Theatern und die Entstehung eines theatralen Klimas zwingend mit der Entwicklung regionaler Stadt- und Sozialstrukturen zusammenhängt, werden die Theaterbauten zunächst chronologisch analysiert und dann in die urbane Geschichte Berlins eingeordnet.<sup>5</sup>



Staatstheater Berlin



Der Vergleich wird ermöglicht durch eine Zeitleiste, den gleichen Maßstab der Zeichnungen, das gleiche Farb-System für Bühne und Auditorium im Grundriss und das gleiche Lokalisierungssystem, die Georeferenzdaten des sogenannten Bühnen-Nullpunktes<sup>6</sup> sowie die genaue Analyse und zeichnerische Vergegenwärtigung der technischen Daten. Über die Benennung von Personen wie den Architekten und Bühnenplaner, können technische Neuerungen lokalisiert sowie Umbauten und Sanierungen

<sup>4</sup>Vgl. Bürkle, Stefanie: Szenografie einer Großstadt – Berlin als städtebauliche Bühne, Berlin 2013

<sup>5</sup>Vgl. Schäche, Wolfgang (Hrsg.): Architektur Stadt Inszenierung, Berlin 2013

<sup>6</sup>Vgl. Kranich, Friedrich: Bühnentechnik der Gegenwart 1 und 2, Berlin-München 1929/33 und Kranich, Friedrich: Archiv der TU Berlin, Signatur 424

verfolgt werden. Durch die Verwendung der gleichen Zeitleiste, den gleichen Maßstab für die Zeichnungen, sowie das gleiche Farbsystem, sind die Gebäude vergleichbar gemacht. Zur weiteren Analyse der Grundrisse ist eine Herangehensweise etabliert worden, die als Methodik auf den bearbeiteten Zeichnungen aufbaut.

Ein differenziertes Farbschema kennzeichnet dabei die verschiedenen baulichen Grundstrukturen des Theatergebäudes: Zum einen gibt es die betriebsinternen nicht-öffentlichen Bereiche, die z. B. von Technikern und Darstellern genutzt werden (in Rot- und Gelbtönen), zum anderen sieht man die öffentlichen Bereiche (in Blautönen), die für das Publikum zugänglich sind. Damit wird eine zusätzliche visuelle Vergleichsmöglichkeit geschaffen, die sich durch die unaufwändige Übertragbarkeit auf weitere Grundrisse auszeichnet. Beispielsweise wird dadurch deutlich, dass in den meisten heute zerstörten Kreuzberger Theatern der Zugang zum Foyer und Zuschauerbereich durch die Hofeinfahrten der Mietshäuser erfolgte und die Bühne sich im zweiten oder dritten Hinterhof befand.

Diese Schematisierung liefert ein weitaus detaillierteres Bild der theatralen Räume als bisher, von der Lage und Zugänglichkeit der Auditorien bis hin zur Bemessung von Fluchtwegen und sanitären Anlagen werden die unterschiedlichen Gegebenheiten deutlich. Die Festlegung obligatorischer Methoden zur Beschreibung der Theaterarchitektur ist das wesentliche Instrumentarium. Diese Vereinheitlichung von Formaten, Methoden und Möglichkeiten der Kartierung ist der Schwerpunkt des Projektes Theaterbaukatalog als Schnittstelle für die weitere Forschung.

## **4 Ephemere Architektur – transitorische Räume – kulturelle Werkzeuge**

Die Kulturgeschichte des europäischen Theaters zeigt, dass seit der griechischen Antike das Spiel auf der Bühne vor Publikum einen großen gesellschaftlichen Wert darstellt, der, verbunden mit Unterbrechungen, Bedeutungswandel und Verboten bis heute anhält. Nicht religiös gebundene Veranstaltungsstätten mussten und müssen sich ihre Berechtigung als öffentliche Räume erst schaffen. Zeitgleich mit Friedrich Schillers Rede zum „Theater als moralische Anstalt“ gründete sich beispielsweise im deutschsprachigen Raum eine große Zahl von Residenztheatern, die die heutige Konzentration von Staats- und Stadttheatern erklärt. Diese weltweit einzigartige Vielfalt schlägt sich auch in der Unterschiedlichkeit vorhandener Theaterarchitektur nieder. Oft modernisiert, immer wieder abgebrannt, neu aufgebaut und nach Kriegen erneuert oder rekonstruiert legen die Theaterbauten Zeugnis ab über die innewohnenden ästhetischen und kulturellen Konzepte der jeweiligen Zeit. Die weit verbreitete Guckkastenbühne, auch Rahmenbühne genannt, vermittelt die typische Längsorientierung des Saales mit Blick auf das Proszenium.

Theater entfaltet sich vornehmlich in der Dialektik von Spielen und (Zu-)Schauen. Es ist ein Zeitraum der erhöhten Aufmerksamkeit, der Verdichtung und Intensivierung von Erfahrungen, der Imagination, die Wissen generieren und Bewusstsein schaffen kann. Die Wahrung der Differenz, der Unterscheidung nämlich von Spielen und Zuschauen, sichert dem Theater seine utopische Dimension. Mit den technischen, künstlerischen und sozialen Veränderungen zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts konnten so auch andere räumliche Anordnungen als das Konfrontationsprinzip möglich werden. Deshalb waren die Regisseure, mehr noch als die Architekten, die treibende Kraft bei Veränderungen des Theaterraums. Allerdings gestalteten sich die von ihnen vorgebrachten Vorschläge sehr unterschiedlich und reichten von Inspirationen zu der riesigen Arena mit veränderbarem Proszenium, wie beispielsweise das Grosse Schauspielhaus bis zum kleinen Auditorium ohne Bühnenrahmen.<sup>7</sup>

## 5 Das Große Schauspielhaus Berlin

Im Mittelpunkt stehen die theatralen Orte dieser Stadt mit ihren Umbauten, Zerstörungen, Anpassungen und Umnutzungen, verknüpft mit anderen Aspekten wie beispielsweise den Ideen des Regisseurs Max Reinhardt, weiteren visionären Theaterprojekten Hans Pölzigs, oder der sehr vielfältigen Baugeschichte der Parzelle «Am Zirkus 1»<sup>8</sup>

Hier wurde 1919 das Große Schauspielhaus, der spätere Friedrichstadtpalast, eröffnet, das der österreichische Regisseur und Theatergründer Max Reinhardt (1873–1943) nach Plänen von Hans Pölzig aus dem ehemaligen Zirkus Renz errichten ließ. Vor allem hier entwickelte er durch kraftvolle Inszenierungen und ein gezieltes Zusammenwirken von Bühnenbild, Sprache, Musik und Tanz für das deutschsprachige Theater eine neue Dimension, den neuen Stil der Massenregie mit aufwändiger Bühnenmaschinerie und viel Einsatz der Drehscheibe.

Weitaus stärker als die meisten Theaterleute seiner Zeit war Max Reinhardt am Medium Film interessiert. Im Großen Schauspielhaus mit 5000 Plätzen beeindruckte er das Publikum durch großräumige Arrangements vor einem Rundhorizont und durch die ausgiebige Nutzung der Bühnenmaschinerie, durch das Spiel auf einer Arenabühne und einer riesigen Drehbühne. Hierbei zeigt sich, dass Architektur nur als physischer Raum, sondern als Materialisierung der Geschichte oder vielmehr der Erfahrung fungiert. Aus dieser Perspektive beginnen Gebäude eine ganz andere Sprache zu sprechen, sobald Theatermacher sie nutzen.

---

<sup>7</sup>Vgl. Heinrich Huesmann: Welttheater Reinhardt. Bauten, Spielstätten, Inszenierungen, München 1983

<sup>8</sup>Vgl. Digitalisierte Planmappe Nr. 42 Theater d. Volkes - Grosses Schauspielhaus Berlin, 3.2.41 (TU Berlin) und Findbuch Generalbauinspektor für die Reichshauptstadt, Bestand R 4606, Registratur 1590

Die Diskussion darüber, was Theater heute, und in Zukunft repräsentieren sollte, reflektiert auch die Nutzung von architektonischen und räumlichen Konzepten bestehender älterer Gebäude. Die Bühnen – auch nach ihrer Fertigstellung – müssen sich an den Prozess des ständigen Wandels anpassen können, um auch technisch verwendbar zu bleiben, wie das Beispiel des älteste noch bestehende Berliner Theaters, die Staatsoper Unter den Linden, zeigt. Das Haus wurde soeben fertig gestellt und das Ensemble konnte aus dem dafür umgebauten Schillertheater (West) nahe der Deutschen Oper wieder zurück nach Berlin Mitte.

## 6 Die Schaubühne am Lehniner Platz

Ein prominentes Beispiel für die architektonische Anpassung an die jeweilige Nutzung ist das ehemalige Kino Universum am Kurfürstendamm, erbaut 1928 von Erich Mendelsohn, und im Zweiten Weltkrieg schwer beschädigt. Anschließend wurde es wieder aufgebaut und als Kino genutzt, ab 1969 als Diskothek. Von 1978 bis 1981 wurde der Innenraum komplett umgebaut, als Schaubühne am Lehniner Platz zu einer Multifunktionshalle mit abtrennbaren Räumen und variabler Saaltopographie ohne fest eingebauter Trennung von Zuschauerraum und Bühne eingeweiht, als das Schaubühnen-Ensemble um Peter Stein, das früher am Halleschen Ufer in Kreuzberg spielte, nach einem neuen Ort suchte.<sup>9</sup>

Anders herum werden oft, um den historischen Standort in der urbanen Struktur beizubehalten, bei Sanierungen logistische Einschränkungen und verkrampte Bedingungen akzeptiert. So werden Transformationsprozesse am Altbau fast schwieriger als der Bau eines neuen Theaters. Dies ist eine Herausforderung an die Kreativität, wenn man an den alten Stätten das bestehende Objekt erweitert und an die räumlichen und funktionalen Anforderungen einer modernen Kulturindustrie anpasst. Auch dies ist in der Kartografie abzulesen.

Etwa ein Viertel der recherchierten knapp 250 theatralen Orte existiert nicht mehr als Bauwerk, etwa ein anderes Viertel wird heute zum Beispiel als Kino, als Tanzclub, als Polizeistation oder als Lager genutzt – etwa ein Viertel sind ehemals anders codierte Gebäude, wie Fabriken, Kirchen oder Pumpstationen und etwa ein Viertel sind als Theater erbaute und immer noch als Theater genutzte Bühnenräume, oft umgebaut und renoviert und den aktuellen baurechtlichen und bühnentechnischen Voraussetzungen angepasst, wie die Staatsoper Unter den Linden.

Es wird deutlich, wie die Theater als Motoren der Stadtentwicklung funktionieren<sup>10</sup>, was sich in den noch nicht fertiggestellten Plänen bis heute fortsetzt. Dabei lässt

---

<sup>9</sup>Vgl. Dördelmann, Birte: Masterarbeit - Methodenentwicklung zur Bestandsaufnahme theatraler Raumstrukturen – SchauspielOrte in Berlin-Kreuzberg seit 1850, Beuth Hochschule Berlin 2015

<sup>10</sup>Vgl. Ramon, Antoni: Observatori d'espais escenics UPC Barcelona 2014

SCHAUBÜHNE

Das Kino Universum Ansicht (um 1930)

Lage in der Stadtstruktur (1949), M 1:5000

Schaubühne, Ansicht heute

Lage in der Stadtstruktur (2012), M 1:5000

Beispielvarianten des variablen Theatersraumes nach Jürgen Sawade

Längsschnitt M 1:750  
Grundriss M 1:750 aktuell

Georeferenz

Kino Universum / Schauspielbühne Berlin (Erich Mendelsohn)



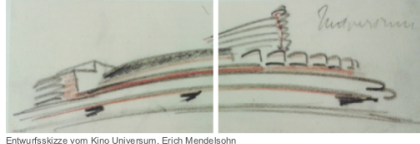
Saal des ehem. Kino Universum | Hubpodien der Untermaschinerie | Variabler Zuschauersaal in Querrichtung | Variabler Zuschauersaal in Längsrichtung

**Der Mendelsohn-Bau**  
Die Schauspielbühne residiert seit 1981 in dem Gebäude des Berliner Architekten Erich Mendelsohn, der zu den bedeutendsten deutschen Baumeistern des 20. Jahrhunderts zählt. Südlich des Lehliner Platzes entsteht 1928 ein Gebäudeensemble, das alle Funktionen einer Stadt auf kleinem Raum vereinen soll, der so genannte WOGA-Komplex, der neben Wohnhäusern auch eine Ladenstraße, ein Café-Restaurant und ein Kabarett-Theater umfasst. Markantestes Bauwerk des Ensembles ist das Kino »Universum«, ein Uraufführungskino der Ufa (Universum Film AG) mit 1.800 Sitzplätzen. Kurz vor Kriegsende beschädigten Bomben das Haus so stark, dass der Mendelsohnsche Innenraum ausbreitend und für immer verloren ist. Nach dem Krieg wird das Gebäude durch den Architekten Hermann Finckh umgebaut. Nach zweijähriger Bauzeit wird das »Studio« im

ehemaligen Kassensaal eröffnet. 1950 kommt das »Capitol« im ehemaligen verkleinerten Kinosaal hinzu. Der Bereich zwischen Halensee und dem Tauentzien wird zum »Broadway von Berlin«. 1968 wird das »Capitol« in ein überdimensioniertes Bealokal transformiert, nur ein Jahr danach zu einem Musicaltheater. 1973 stellt das »Studio« den Kinobetrieb mit Stanley Kubricks »Uhrwerk Orange« ein.  
**Vom Großraunkino zum Mehrzwecktheater**  
In den Jahren von 1978-81 wandelt der Architekt Jürgen Sawade das alte »Universum«-Gebäude unter Wiederherstellung seiner äußeren Form in eines der technisch bestausgestatteten Theater Deutschlands um. Das neu gestaltete Haus am Lehliner Platz, dessen Bauherr der Berliner Senat ist, soll zur neuen Heimat der »Schaubühne am Halleschen Ufer« werden, deren räumliche Zwänge einen Umzug notwendig machen. Wohl zum ersten Mal in der Geschichte

der modernen Theaterarchitektur wird ein Theatersraum konstruiert, der den langjährigen Erfahrungen und Bedürfnissen von Theaterleuten gerecht wird bzw. bei dem Planung und Ausführung in ständiger wechselnder Absprache zwischen dem Theater und dem Architekten erfolgen soll. Man verzichtet dabei zu Gunsten von Funktionalität und nüchterner Ausstattung auf repräsentative Elemente. Die Kosten des Umbaus betragen insg. ca. 81 Millionen DM. Seit 1979 steht der Mendelsohn-Bau unter Denkmalschutz. In der Schauspielbühne am Lehliner Platz, die im Herbst 1981 den Spielbetrieb im neuen Haus aufnimmt, gibt es keine Trennung zwischen Zuschauerraum und Bühnenbereich mehr, wie es in konventionellen Theatern der Fall ist, denn der Theatersaal kann überall als Zuschauerwie auch als Bühnenfläche genutzt werden. Zwei große Rolltore ermöglichen es außerdem, den Gesamttraum von 67,5 m Länge und 21 m Breite in die drei Säle A, B und C zu unterteilen. In der Praxis können damit drei Vorstellungen nebeneinander stattfinden oder zwei oder alle drei Räume zu einem größeren Saal zusammengelegt werden.

**Schaubühne am Lehninger Platz**  
Kurfürstenstr. 153  
10709 Berlin  
Architekt: Erich Mendelsohn  
Architekt (Umbau 1979): Jürgen Sawade  
Sitzplätze heute: 1000  
[www.schaubuehne.de](http://www.schaubuehne.de) (13.10.2016)



Kino Universum / Schauspielbühne Berlin (Erich Mendelsohn)



SCHAUBÜHNE  
Charlottenburg-Wilmersdorf

sich feststellen, dass es bis zum Beginn des Zweiten Weltkrieges regionale Schwerpunkte in der Verdichtung der theatralen Raumstrukturen gibt. Zu Beginn des 20. Jahrhunderts prägten unter vielen anderen die Kroll-Oper am Platz der Republik (Mitte), das Walhalla-Theater in der Charlottenstraße 90-92 (Kreuzberg), das Schiller-Theater (Nord) in der Chausseestraße 25/26 (Mitte), das Schiller-Theater (Ost) in der Wallnertheaterstraße 35 (Friedrichshain), das Belle-Alliance-Theater am heutigen Mehringdamm 32 (Kreuzberg), das Orpheus-Theater in der Friedrichstraße 236 (Mitte) sowie das Central-Theater in der Alte-Jakob-Straße 30 (Kreuzberg) das Bild der Stadt – keines davon existiert mehr heute.

## 7 Die Stadt im 21. Jahrhundert

Die Bedeutung der Rolle des städtischen Gefüges, in dem Theater stattfindet, ist ein Bestandteil der Erforschung des Stadtraums. Sie interpretiert die Stadt- und Theaterkultur als einen wichtigen Teil der räumlichen und sozialen Interaktion in der Überlagerung von sehr unterschiedlichen und vielfältigen Phänomenen.<sup>[11]</sup> In den chronologisch aufbereiteten Stadtplänen werden die theatralen Entwicklungen sichtbar gemacht. Jede Zahl auf den roten Fähnchen entspricht einem Standort, für den eine Katalogseite die weiteren Informationen, Zeichnungen und Zeitangaben liefert. Wir beginnen analog zur Stadtgeschichte Berlins 1690, jeweils mit historischen Stadtplänen, und haben aufgrund wesentlicher städtebaulichen Entwicklungen bis jetzt folgende Jahre bearbeitet: 1750, 1800, 1880, 1910, 1940 und 1945 mit der durch Bomben zerstörte Stadt.<sup>[12]</sup>

In den dicht besiedelten Industrie- und Arbeitervierteln haben sich vor allem Hinterhoftheater und kleine Varietébühnen in sehr engen räumlichen Verhältnissen eingerichtet, wohingegen ab 1900 renommierte Konzertsäle im bürgerlichen Zentrum der Stadt entstanden. Bis 1939 handelt es sich bei nahezu allen Objekten um Neubauten, die für theatrale Zwecke errichtet wurden. Diese Theater wurden im Zweiten Weltkrieg weitestgehend zerstört, wie nahezu der gesamte Baubestand im Stadtzentrum.<sup>[13]</sup>

<sup>11</sup>Vgl. Bauert, Monika: Berliner Theaterpläne zu Beginn des 20. Jahrhunderts, Berlin 2013

Vgl. Fischer-Lichte, Erika et al. (Hrsg.): Berliner Theater im 20. Jahrhundert, Berlin 1998

Vgl. Freydank, Ruth: Theater in Berlin – Von den Anfängen bis 1945, Berlin 1988

Vgl. Hofmann, Jürgen: Theaterbuch Berlin, Berlin 1985

Vgl. Ihering, Herbert: Theaterstadt Berlin – Ein Almanach, Berlin 1948

Vgl. Kleihues, Josef: 750 Jahre Architektur und Städtebau in Berlin, Stuttgart 1987

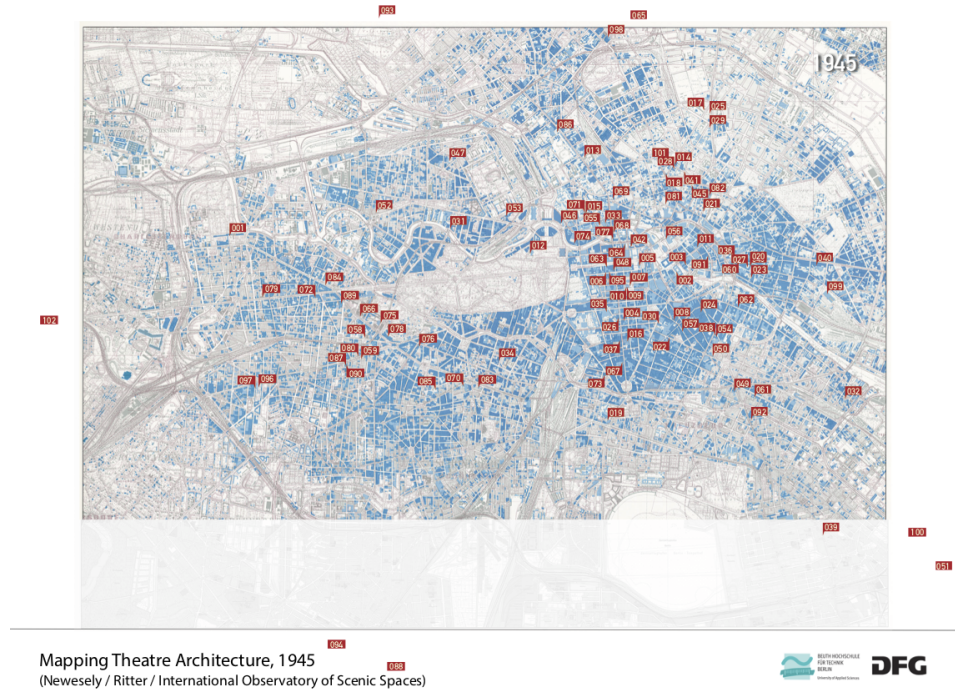
Vgl. Kranz, Dieter: Berliner Theater, Berlin 1990

Vgl. Stiftung Stadtmuseum Berlin (Hrsg.): Tanz auf dem Vulkan – Das Berlin der Zwanziger Jahre im Spiegel der Künste, Berlin 2015

<sup>12</sup>Vgl. Architekten- und Ingenieur-Verein zu Berlin: Berlin und seine Bauten, Berlin 1877, 1896 und 1983, Planerstellung gemeinsam mit Franziska Ritter, TU Berlin

<sup>13</sup>Vgl. Danilsen, Olivia: Masterarbeit - Theatrale Räume in Berlin-Tiergarten, Beuth Hochschule





Umso auffälliger sind die drei nach dem Krieg entstandenen Neubauten, die mit ihren außergewöhnlichen architektonischen Erscheinungsformen in der westlichen Innenstadt Platz fanden, wo durch den Krieg Freiflächen entstanden sind: die Philharmonie, das Haus der Kulturen der Welt und die Akademie der Künste (West). Diese Neubauten erfüllten hierbei nicht nur einen kulturellen Zweck, sondern dienten wie viele repräsentative Bauten als politisches Statement zur Zeit des Kalten Krieges innerhalb der geteilten Stadt, quasi in Sichtweite der Berliner Mauer.

Ein ungebrochener Trend seit den 1960er Jahren ist die (Um-)Nutzung bereits vorhandener Räume und Baustrukturen für szenische Zwecke, der heutige theatrale Raumbestand ist daher von hoher Individualität geprägt. Zwar ist der Neubau von Theatern fast zum Erliegen gekommen, dennoch befindet sich die Stadt weiterhin in einer theatrale Wachstumsperiode.

## 8 Theater als materielle Architektur und immaterielle Struktur

Faktoren wie das Kino zu Beginn des 20. Jahrhunderts, das Fernsehen und jetzt das Internet können nicht die Notwendigkeit der Interaktion vor Ort ersetzen. Moderne Theaterformen experientieren heute mehr denn je, um an den Ursprung in der griechischen Etymologie zu erinnern: theatron – der physische Ort, von dem man sehen kann (real und virtuell), hören soll – und handeln muss. Peter Brook beschreibt dies so: “Die erste Bedingung des Theaters ist die Förderung der Beziehung zwischen Schauspielern und Publikum. Diese Beziehung hängt ganz von präzisen Faktoren ab.”<sup>14</sup> “Ich kann jeden leeren Raum nehmen und ihn eine nackte Bühne nennen. Ein Mann geht durch den Raum, während ihm ein anderer zusieht; das ist alles, was zur Theaterhandlung notwendig ist.”<sup>15</sup>

Zugleich lösen sich die Grenzen klassischer Theaterformate zu anderen Disziplinen auf, ihre Ränder werden zu anderen performativen und auch bildenden Künsten hin erweitert und der Begriff dessen, was Theater sein kann, ergänzt: Neue Lebensstile, neue Sensibilitäten, neue Technologien, neue Horizonte – die Städte des XXI. Jahrhunderts erfordern andere künstlerische und gesellschaftliche Praktiken und verändern die uns bekannten Methoden, so entsteht dafür in der Bevölkerung wieder eine neue Relevanz.<sup>16</sup>

Das Theater – als Kunst – aber auch als Gebäudeform – verändert sich ständig, in Interaktion mit dem städtischen Gefüge. Die Frage nach dem Ort des Theaters, verbunden mit den Formen der europäischen Stadt, steht historisch gewachsen in Zusammenhang mit dem öffentlichen Raum und dessen Nutzung. Inwieweit ist das Theater heute in der Lage, als Kunstgattung und physischer Ort, als öffentliche Dienstleistung und soziale Praxis, mit der Stadt zu interagieren und als wesentlicher Faktor seine Einzigartigkeit zu behaupten.

Die in Berlin realisierten Theaterbauten zeigen nun immer mehr Möglichkeiten, die dem szenischen Spiel Entfaltungsraum bieten. Die Maschinerie der Theatertechnik unterstreicht durch szenische Verwandlungen den performativen Charakter des Raumes, als Konzept einer ephemeren Architektur funktioniert die Bühne wie ein bewegter Raum auf Zeit.<sup>17</sup>

„Dem Mimen flicht die Nachwelt keine Kränze“, dieser oft und gerne zitierte Vers aus dem Prolog von Schillers „Wallenstein“ berührt ein Phänomen, das die Geschichte und

---

<sup>14</sup> Brook, Peter: Der leere Raum, Berlin/Köln 2012

<sup>15</sup> Brook, Peter, in : Ausstellungskatalog SchauSpielRaum, Architekturmuseum der TU München 2003

<sup>16</sup> Vgl. Freydefont, Marcel: Rencontre internationale: Place du theatre – forme de la ville, ENSA Nantes 2014

<sup>17</sup> Vgl. Heinrich Braulich: Max Reinhardt. Theater zwischen Traum und Wirklichkeit, Berlin 1966



Wahrnehmbarkeit des Theaters bis heute prägt: Es ist die Geschichte einer flüchtigen Kunst, der es schwer fällt, Spuren zu hinterlassen.

Das zeitgenössische Theater mit seinen kreativen Prozessen, Netzwerken und immateriellen Faktoren ist schwer zu fassen. Es ist mit dem physischen Ort des theatralen Raumes verknüpft und interagiert auf vielen Ebenen, um die gegenseitige Sichtbarkeit, das Engagement und die Schnittstellen zwischen Zentren und Schöpfern, Unternehmen und Festivals, DarstellerInnen und Institutionen zu zeigen.<sup>18</sup>

Die Theaterstadt Berlin mit seinen unterschiedlichsten szenischen Orten, den schier unzähligen Formationen und Institutionen der Darstellenden Künste spiegelt dies wieder, ganz besonders in der Auseinandersetzung mit aktuellem Theaterbau und dessen Weiterentwicklung. Nirgendwo sonst in der Bundesrepublik Deutschland finden sich Theater in dieser Dichte und Bandbreite an Ästhetiken und Stilen.<sup>19</sup> Neben den großen Staats- und Privattheatern arbeiten rund 400 Freie Gruppen, PerformerInnen und ProduzentInnen aller Sparten in der Stadt und zeigen ihre Arbeiten an Häusern wie Hebbel am Ufer (HAU), Ballhaus Ost, Dock 11, Sophiensaele, Theaterdiscounter oder Uferstudios. Diese Interaktion des szenischen Raumes mit dem gelebten „public space“ findet sich so und sehr ähnlich in vielen Metropolen wieder, wie Forschungen im internationalen Rahmen aus Barcelona, Paris, London, Brüssel und Mailand zeigen, um nur die aktuellen europäischen Bezüge der bestehenden Hochschulkooperation mit dem „International Observatory of Scenic Spaces“<sup>20</sup> zu nennen.

Das Thema der Stadt, der Urbanität, des öffentlichen Raumes steht zur Debatte – seit jeher auch verhandelt als idealtypische Ansicht im Bühnenbild. Diese Wechselwirkung von Szenographie und Stadtplanung als Szenen- und Diskussionshintergrund der aktuellen Gesellschaftsform, sowie als verräumlichte Kommunikationsplattform lässt die Dekoration hinter sich und beginnt als theatraler Raum eigenständig mitzuspielen.

---

<sup>18</sup>Vgl. Stiftung Stadtmuseum Berlin (Hrsg.): Theater in Berlin nach 1945 Nachkriegszeit, Berlin 2001

Vgl. Stiftung Stadtmuseum Berlin (Hrsg.): Theater in Berlin nach 1945 Musiktheater, Berlin 2001

Vgl. Stiftung Stadtmuseum Berlin (Hrsg.): Theater in Berlin nach 1945 Schauspiel, Berlin 2002

Vgl. Stiftung Stadtmuseum Berlin (Hrsg.): Theater in Berlin nach 1945 Nach der Wende, Berlin 2003

<sup>19</sup>Vgl. Bauert, Monika / Buschmann, Ulf: Berliner Theater, Berlin 2014

<sup>20</sup>Vgl. [www.espaciosescenicos.org](http://www.espaciosescenicos.org)

# Thermo-chemische Behandlung von Leiterplatten zur vermehrten Rückgewinnung von Tantal

Martin Nieberl<sup>\*1</sup>, Peter Hense<sup>1</sup>, Matthias Franke<sup>1,2</sup>,  
Andreas Hornung<sup>1,2,3</sup> und Annette Juhr<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Fraunhofer UMSICHT - Institutsteil Sulzbach-Rosenberg, An  
der Maxhütte 1, 92237 Sulzbach-Rosenberg, DE

<sup>2</sup>University of Birmingham, Birmingham B15 2TT, UK

<sup>3</sup>Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Schloßplatz  
4, 91054 Erlangen, DE

<sup>4</sup>Beuth-Hochschule für Technik, Luxemburger Straße 10, 13353  
Berlin, DE

## Zusammenfassung

Technologiemetalle wie Tantal sind essenzieller Bestandteil vieler Schlüsseltechnologien. Das Refraktärmetall wird hauptsächlich in der Elektro- und Elektronikindustrie in Form von Tantalkondensatoren eingesetzt. Diese zeichnen sich durch ihre hohe spezifische Kapazität aus und sind daher prädestiniert für den Einsatz in platzkritischen Anwendungen. Bislang wird Tantal allerdings nicht aus obsolten Elektro- und Elektronikgeräten zurückgewonnen.

In dieser Arbeit werden die Einsatzmöglichkeiten der thermo-chemischen Behandlung zur Rückgewinnung von Tantal aus Leiterplatten untersucht. Ziel der Arbeit war die Gewinnung einer Fraktion, in der Tantal möglichst vollständig und stark konzentriert enthalten ist. Gleichzeitig soll die Rückgewinnung von Tantal nicht zu Lasten anderer Elemente gehen, insbesondere nicht zu Lasten von Edelmetallen, die einen hohen

---

\*martin.nieberl@umsicht.fraunhofer.de

Wertinhalt aufweisen.

In einem ersten thermo-chemischen Behandlungsschritt wurde bei 650 °C und unter Stickstoffatmosphäre der Kunststoffanteil der Leiterplatten zersetzt. Gleichzeitig zerfielen durch die Hitzeeinwirkung die gesinterten Anodenblöcke der Tantalkondensatoren in ein feines Pulver. Durch die Weiterbehandlung des festen Produktes mittels Siebklassierung sammelten sich 56,0 Ma.-% des gesamten Tantals in der Siebfraction 0 – 0,063 mm, welche zu 24,1 Ma.-% aus Tantal bestand. Wurde das feste Produkt gemahlen und erst anschließend gesiebt, waren 75,0 Ma.-% des gesamten Tantals in der Siebfraction 0 – 0,063 mm enthalten. Weil durch das Mahlen allerdings alle hart-spröden Materialien zerkleinert wurden, wurde das Tantal verdünnt und seine Konzentration betrug hier lediglich 1,5 Ma.-%.

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die thermo-chemische Behandlung einen wichtigen Beitrag zum Recycling von Tantal aus end-of-life Leiterplatten leisten kann. Durch die Weiterbehandlung des festen Produktes erscheint es möglich, Technologiemetalle wie Tantal wirtschaftlich zurückzugewinnen und so einen Beitrag zur Sicherung der Rohstoffbasis und zum Schutz der Umwelt zu leisten.

*Schlüsselwörter:* Tantal, Recycling, thermo-chemische Behandlung, Leiterplatten

## Abstract

Technology metals like tantalum are an integral constituent in many key electronic technologies. The refractory metal is mainly used in the electrical and electronics industry in the form of tantalum capacitors. Due to their high specific capacity they are predestinated for the use in place critical applications. Up to this date, tantalum is not recovered from end-of-life electric and electronic devices.

In this work, the possibilities of a thermo-chemical treatment for the recovery of tantalum were examined. The work's objective was to extract a fraction, which contains the entire tantalum at high concentration. At the same time the recovery of tantalum should not lead to the loss of other elements, particularly precious metals which have a high value.

In a first thermo-chemical treatment step at 650 °C and under nitrogen atmosphere, the plastic fraction of printed circuit boards (PCB) was decomposed. At the same time the employed heat disintegrated the sintered anode bodies of the tantalum capacitors. By further treatment of the solid product by sieve classification, 56.0 % of the overall tantalum could be accumulated in the sieving fraction 0 – 0.063 mm which consisted of 24.1 Ma.-% tantalum. By grinding the solid product prior to sieve classification, 75.0 Ma.-% of the overall tantalum could be transferred into the fraction 0 – 0.063 mm. Because the grinding led to the comminution of all hard-brittle materials, the tantalum was diluted and its concentration was only 1.5 Ma.-%.

The results show that thermo-chemical treatment can contribute to the recycling of tantalum from end-of-life PCBs. With further treatment of the solid product, it seems possible to recover technology metals like tantalum economically and thereby contribute to ensure the resource base and to the protection of the environment.

*Keywords:* tantalum, recycling, thermo-chemical treatment, printed circuit boards

## 1 Hintergrund

Tantal ist ein wenig bekanntes Nebengruppenelement, dessen einzigartige Eigenschaften ihm einen festen Platz in unserem modernen und hochtechnisierten Alltag sichern. Das Refraktärmetall wird hauptsächlich in der Elektro- und Elektronikindustrie in Form von Tantalkondensatoren verwendet. Tantalkondensatoren zeichnen sich durch eine besonders hohe spezifische Kapazität aus, was sie für den Einsatz in platzkritischen Anwendungen prädestiniert. Die Kondensatoren werden u.a. eingesetzt in high-end-Telekommunikationsgeräten (Smartphones), implantierbaren medizinischen Geräten (Herzschrittmacher, Hörgeräte) [24], aber auch in der Luft- und Raumfahrt sowie zunehmend auch im Automobilsektor. Weiteren unikalen Eigenschaften verdankt Tantal auch den Einsatz in anderen Gebieten, wie z.B. im Chemieanlagenbau (hohe Korrosionsbeständigkeit und Wärmefestigkeit) [14].

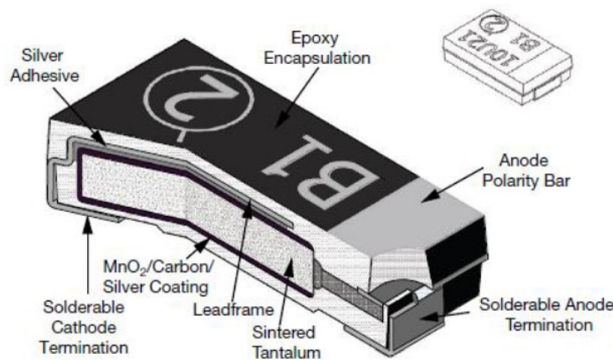


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines SMD-Tantalkondensators [3]

Tantalkondensatoren bestehen aus einer Anode aus gesintertem Tantalpulver, einem Dielektrikum ( $Ta_2O_5$ ) und einer Kathode aus Mangandioxid ( $MnO_2$ ) [25]. Die Kontaktierung der Kathode erfolgt mit einer Schicht aus Graphit und Silber [22]. In den gesinterten Anodenblock ist ein Draht aus gediegenem Tantal eingefügt, der später den Anodenkontakt bildet. Die Elektrodenanschlüsse bestehen aus Eisen, Nickel oder Kupfer und sind an den Tantaldraht und an die Silberschicht gelötet [10].

Tabelle 1: Tantalgehalte verschiedener Komponenten, Baugruppen und Geräte

Bauteil	Ta-Gehalt [Ma.-%]	Quelle
Tantalkondensator	44,200	12
Leiterplatte eines PC	0,100	2
Laptop PC	0,001	1

Ein flamm-gehemmtes Harz, dem Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ) zur Verbesserung der thermischen Haltbarkeit beigefügt ist, umhüllt den Elektrodenblock und schützt ihn vor mechanischer Belastung [15]. Abbildung 1 zeigt den am weitesten verbreiteten Tantalkondensatortyp, der auf die Oberfläche von Leiterplatten aufgelötet wird (surface mounted device, SMD). Dieser Typ hat i.d.R. eine Kantenlänge von 2 bis 6 mm [22]. Der Anodenblock aus Tantal ist etwas kleiner.

Weltweit flossen 33 % der im Jahr 2016 verbrauchten 1900 t Tantal in die Herstellung von Tantalkondensatoren [23]. In Tabelle 1 sind Tantalgehalte von Tantalkondensatoren, Leiterplatten und Endgeräten zusammengefasst.

Ein Recycling von Tantal findet bisher nur für kompakte Metallteile, wie Walzerzeugnisse oder Halbtteile, sowie für Produktionsabfälle wie Verschnitte, Späne oder Fehlchargen statt [14]. Diese hochreinen, nichtoxidierten Tantalschrotte können durch Umschmelzen beispielsweise in Elektronenstrahl- oder Vakuumöfen hochwertig recycelt werden [22].

Eine Rückgewinnung von Tantal aus Elektro- und Elektronikaltgeräten (EAG) existiert derzeit allerdings nicht [26]. Das Recycling von Leiterplatten, auf die die Tantalkondensatoren aufgebracht werden, findet in Europa in integrierten Kupferschmelzen statt. In diesem Prozess können über 95 % des Kupfers und der Edelmetalle in Leiterplatten zurückgewonnen werden [4]. Tantal allerdings wird während des Prozesses als Verunreinigung in die Schlacke abgeschieden [16]. Die Konzentration an Tantal in der Schlacke ist so gering, dass hier keine wirtschaftliche Rückgewinnung mehr möglich ist [5]. Aus diesem Grund wird mehrfach die Abtrennung von Tantal aus Leiterplatten vor ihrer Behandlung im integrierten Kupferschmelzprozess gefordert [14, 16, 21, 22]

In den letzten Jahren gab es vermehrt Anstrengungen, diesen Forderungen nachzukommen. Viele Entwicklungen konzentrieren sich darauf, die Leiterplatten zu entstückeln, also die aufgebrachten elektronischen Bauteile abzutrennen [7, 27]. Auch Ansätze, selektiv die Tantalkondensatoren von den Leiterplatten zu entfernen, existieren [11, 20]. [21] und [13] zeigen Möglichkeiten auf, die Tantalkondensatoren aus der Menge der abgetrennten, elektronischen Komponenten auszusortieren. Weiterbehandlungsverfahren für Tantalkondensatorfraktionen werden in [8, 15, 17-19] beschrieben. [22] und [2] beschreiben Verfahren, die von der Entstückung über die Sortierung bis

zur Weiterbehandlung alle Stufen abdecken.

Ziel beim Recycling von Tantal aus End-of-Life-Tantalkondensatoren ist es, eine Fraktion zu gewinnen, die einerseits einen hohen Tantalgehalt aufweist und in der andererseits, das zuvor in der Leiterplattenfraktion enthaltene Tantal möglichst vollständig wiederzufinden ist. Gleichzeitig darf es nicht zum Recyclingkonflikt mit anderen Metallen oder Materialien kommen. Konkret darf es nicht zum Verlust anderer Metalle, insbesondere Edelmetalle kommen, weil dies die Wirtschaftlichkeit jeglicher Verfahren negativ belasten würde.

Mit dem neu entwickelten Verfahren soll dieses Spannungsfeld nun gelöst werden. Es zielt darauf ab, Tantal in hoher Konzentration und vollständig aus Leiterplatten abzuscheiden, bevor diese zur Gewinnung von Kupfer und Edelmetallen in integrierten Kupferhütten weiterbehandelt werden. Von einer vorgeschalteten Entstückung (und Sortierung) wird dabei abgesehen. Im Verfahrensansatz werden die Leiterplatten zunächst thermo-chemisch und das resultierende feste Produkt mechanisch weiterbehandelt. Die Durchführung und Ergebnisse der in Abbildung 2 dargestellten Ansätze werden im Folgenden vorgestellt und diskutiert.

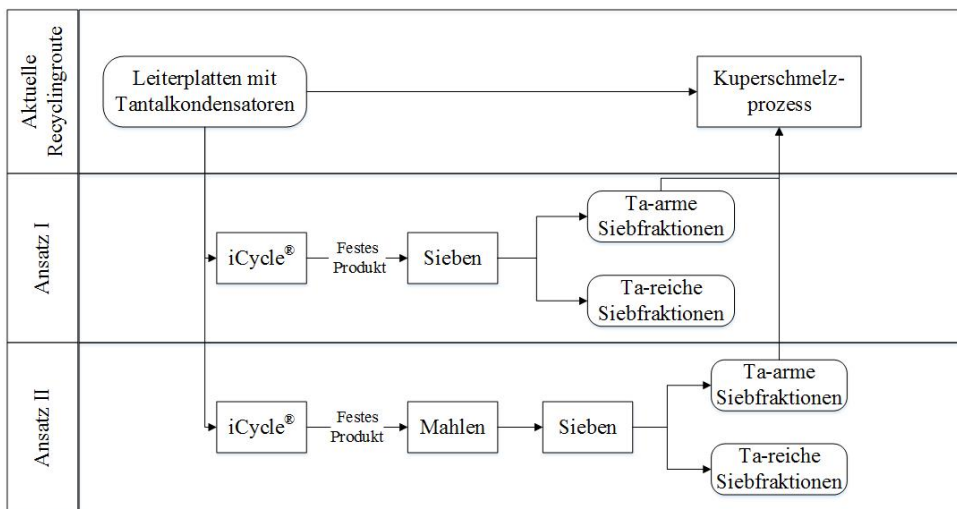


Abbildung 2: Grundfließbild der Verfahrensansätze I und II

## 2 Material und Methoden

### 2.1 Experimentelles Vorgehen

**Edukt Leiterplatten** Mit Tantalkondensatoren bestückte Leiterplatten stellten das Einsatzmaterial für die Versuche dar. Zur Vorbereitung wurden die Leiterplatten zunächst mit einer Blechschere vorzerkleinert und anschließend mit einer Laborschneidmühle (Schneidmühle SM 300, Retsch GmbH) auf eine Größe von  $< 10$  mm geschreddert.

**Versuchsanlage** Die thermo-chemische Behandlung der vorzerkleinerten Leiterplatten fand mit einer semikontinuierlichen Versuchsanlage im Technikumsmaßstab statt. Der zylinderförmige Reaktor (Höhe 215 mm, Durchmesser 160 mm, Edelstahl 1.4571) wurde mit einer elektrischen Widerstandsheizung am Mantel (KH 210,  $\varnothing$  162 mm, Höhe 186 mm, 4,5 kW, WEMA GmbH) beheizt. Entstehende Produktgase und -dämpfe sind mit einem einstellbaren Stickstoffstrom ( $\geq 99,8$  %, Linde AG) über einen Auslass an der Oberseite des Reaktors ausgetragen und die Dämpfe in zwei nachgelagerten Kühlern kondensiert worden. Das Produktgas wurde nacheinander in eine mit Natronlauge und in eine mit n-Hexan gefüllte Waschflasche geleitet. So wurden zunächst halogenierte Verbindungen und dann unpolare Bestandteile aus dem Gasstrom entfernt, bevor das Gas über einen Aktivkohlefilter geleitet und in die Atmosphäre entlassen wurde. Ein Schleusensystem ermöglichte die Zugabe mehrerer Chargen in heißem Zustand der Anlage. Das feste Produkt wurde nach der Behandlungsdauer ebenfalls über ein Schleusensystem in einen, unter dem Reaktor angebrachten Sammelbehälter entleert.

**Thermo-chemischen Behandlung** Die thermo-chemische Behandlung der Leiterplatten fand bei Umgebungsdruck,  $650$  °C und einem Stickstofffluss von  $0,5$  l/min statt. Eine Charge bestand aus  $200$  g vorzerkleinerten Leiterplatten; die Chargendauer betrug  $30$  min. Je Versuch wurden sieben Chargen behandelt.

Die Demontage der Versuchsanlage erfolgte im kalten Zustand. Das Material im Sammelbehälter wurde gewogen und dem „festen Produkt“ zugerechnet. Die Masse an Flüssigkeit in den Auffangbehältern unter den Kondensatoren wurde ebenfalls direkt gewogen. Die Masse des in Kondensatoren verbliebenen Produktes wurde ermittelt, indem die Kondensatoren gewogen, anschließend gereinigt und erneut gewogen wurden. Beide Massen wurden dem Produkt „Öl“ zugeschrieben. Die Masse an „Gas“ wurde rechnerisch durch Subtraktion der übrigen Produktmassen von der Eduktmasse ermittelt.

**Behandlung des festen Produktes der thermo-chemischen Behandlung** Das feste Produkte aus dem ersten Behandlungsschritt wurde im Ansatz I vollständig mit Hilfe eines Siebturms (Analysette 3, Fritsch GmbH) in verschiedene Korngrößenklassen aufgetrennt und so gleichzeitig eine Korngrößenanalyse durchgeführt. Die verwendeten Siebe hatten eine Maschenweite von 0,063, 0,125, 0,25, 0,5, 1, 2, 4, 8, 16, 31,5 und 63 mm gemäß ISO 3310. Die Siebdauer betrug 5 Minuten bei einer Amplitude von 4. War ein Partikelkollektiv nach dieser Dauer augenscheinlich noch nicht vollständig aufgetrennt, wurde die Siebdauer um weitere 5 Minuten verlängert.

In Ansatz II wurde das feste Produkt zunächst in einer Planetenkugelmühle (Pulverisette 5, Fritsch GmbH), bei einer Umdrehungsgeschwindigkeit von 300 rpm für 5 Minuten gemahlen, bevor es in die verschiedenen Korngrößenklassen aufgetrennt wurde. Durch das Mahlen sollten die hart-spröden Tantalnanoden der Kondensatoren zerkleinert werden. Beide Verfahrensansätze sind in Abbildung 2 als Grundfließbild dargestellt.

## 2.2 Analysemethoden

**Energiedisperse Röntgenfluoreszenzanalyse (RFA)** Messungen zur Bestimmung der Elementkonzentrationen wurden mit einem Röntgenspektrometer Epsilon 3<sup>XLE</sup> (PANalytical) durchgeführt. Aus den Feststoffproben wurde eine repräsentative Probe entnommen und diese für die Analyse auf eine Partikelgröße von <1 mm zerkleinert.

**Elementaranalyse** Die Elementaranalyse zur Bestimmung der Massenanteile von Kohlenstoff, Wasserstoff und Stickstoff erfolgte mit dem Analysegerät Vario MACRO Cube (Elementar Analysensysteme GmbH). Die Elementaranalyse wurde für jede Probe drei Mal durchgeführt und aus den Ergebnissen der Mittelwert gebildet. Dafür wurden die gleichen Proben verwendet, wie für die RFA, welche zerstörungsfrei arbeitet.

## 3 Ergebnisse und Diskussion

**Produktausbeuten** Bei der thermo-chemischen Behandlung von organischen Materialien wie Kunststoffen in einer sauerstofffreien Atmosphäre entstehen drei Hauptprodukte: Gase, kondensierbare Dämpfe und ein kohlenstoffreicher Feststoff. Die Produktausbeuten zeigt Abbildung 3.

Das feste Produkt macht mit ca. 76 Ma.-% der Masse an eingesetztem Leiterplattenmaterial die größte Position unter den Produkten aus. Dies ist auf den hohen Anteil an anorganischen Komponenten wie Keramiken und Metallen in den Leiterplatten zurückzuführen, die vollständig oder fast vollständig im festen Produkt verbleiben. Nur ca.  $\frac{1}{4}$  der eingesetzten Gesamtmasse wird durch die Behandlung zu flüchtigen Komponenten zersetzt. Vergleichbare Ergebnisse sind aus 6 und 9 bekannt.



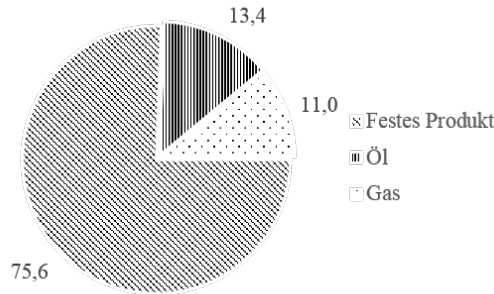


Abbildung 3: Produktausbeuten in [Ma.-%]

**Siebanalyse** Abbildung 4 stellt die Korngrößenverteilungen der vorzerkleinerten Leiterplatten vor dem Versuch, des unbehandelten und des gemahlten, festen Produktes gegenüber.

Im Vergleich zu den vorzerkleinerten Leiterplatten besteht das unbehandelte, feste Produkt zu einem größeren Anteil aus Feinstpartikeln (0 - 0,063 mm). Dieser Anteil macht ca. 3 Ma.-% des gesamten Produktes aus. Zudem enthält das unbehandelte, feste Produkt auch Partikel, die deutlich größer sind, als die ursprünglich eingesetzten Partikel mit einer Größe <10 mm. Genau genommen besteht die Fraktion 63 – 125 mm aus einem einzigen Konglomerat, dessen Abmessungen zwischen 70 und 100 mm lagen. Die einzelnen Partikel des Einsatzmaterials agglomerierten offensichtlich während der thermo-chemischen Behandlung.

Die Korngrößenverteilung des gemahlten Metallkonzentrats unterscheidet sich deutlich von der Korngrößenverteilung der vorzerkleinerten Leiterplatten. Die Feinstfraktion (0 – 0,063 mm) stand für 44,4 Ma.-% der gesamten Masse. In der Kugelmühle wirkte auf die Partikel hauptsächlich eine Prall- und Reibbeanspruchung was vorrangig zur Zerkleinerung hart-spröder Materialien führte. Bei Betrachtung der größeren Siebfraktionen, beispielsweise der Fraktion 4 – 8 mm war auch festzustellen, dass diese hauptsächlich aus Kupferpartikeln bestand. Duktile Materialien wie Metalle werden in der Planetenkugelmühle, mit Ausnahme oxidierte Schichten / Bestandteile, nicht zerkleinert. So ist eine selektive Zerkleinerung der hart-spröden Materialien und nachfolgende Abtrennung duktiler Metalle durch Klassieren möglich.

**Allokation des Tantals** Zur Beurteilung der beiden Verfahrensansätze ist es von Interesse, in welchen der Siebfraktionen sich Tantal angereichert hat. Abbildung 5 zeigt die Allokation des Tantals in den verschiedenen Siebfraktionen des unbehandelten und

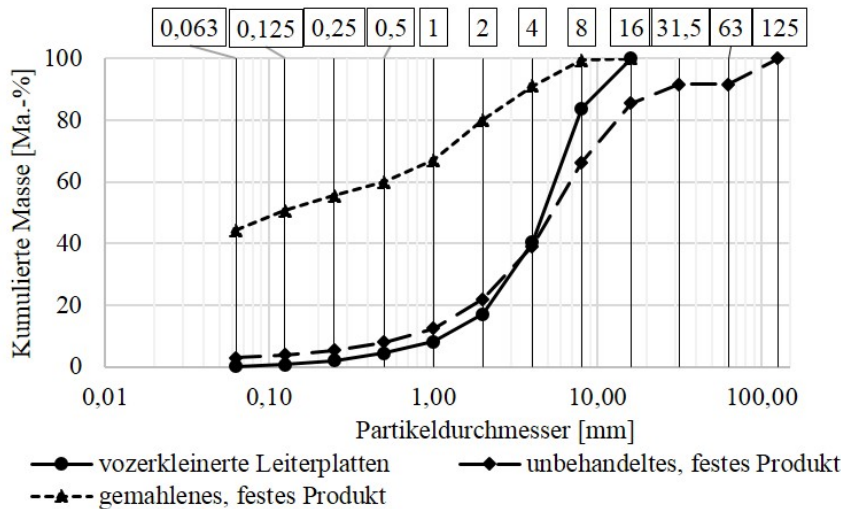


Abbildung 4: Korngrößenverteilung des Eduktes, sowie des unbehandelten und gemahlten festen Produktes

des gemahlten, festen Produktes.

Der größte Anteil des Tantal ist mit 56,0 Ma.-% in der Feinstfraktion enthalten und nicht, wie die Größe der Tantalkondensatoren vermuten ließe, in den Fraktionen 1 – 2, 2 – 4 oder 4 – 8 mm. Dies weist darauf hin, dass der Anodenblock durch die thermo-chemische Behandlung zerfiel. [15, 22] berichten, dass die Tantalsinterstruktur eines Tantalkondensators bei 550 °C in einer Luftatmosphäre brüchig wird und ihre mechanische Stabilität verliert. Gleiches berichtet [8] für die Erhitzung auf 550 °C unter Stickstoffatmosphäre. Die erhöhten Temperaturen wirken auf die Sinterverbindungen zwischen den Körnern des Tantalpulvers in der Sinteranode und schwächen bzw. zerstören diese. So lösen sich die sehr feinen Körner des Tantalpulvers wieder voneinander und können durch Klassieren in Fraktionen kleinerer Partikelgrößen angereichert werden.

Dass das Tantal nicht vollständig in die Fraktion 0 – 0,063 mm überführt werden konnte, kann einerseits an der nicht vollständig abgeschlossenen Desintegration der Tantalsinterstrukturen liegen, aber auch daran, dass Tantal den agglomerierten Partikeln anhaftete oder in ihnen eingeschlossen wurde. Für letzteres spricht, dass die zweitgrößte Menge an Tantal in dem agglomerierten Partikel nachgewiesen werden konnte, das die Fraktion 63 – 125 mm ausmachte.

In den Siebfraktionen 2 – 4 und 4 – 8 mm ist beim gemahlenem, festen Produkt kaum noch Tantal enthalten. 75,0 Ma.-% des gesamten, zuvor in den Leiterplatten enthaltenen Tantal finden sich in der Siebfraktion 0 – 0,063 mm und insgesamt

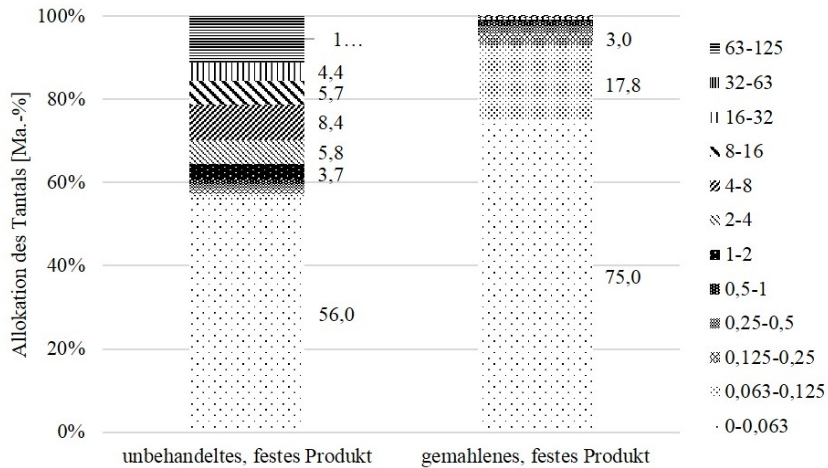


Abbildung 5: Allokation von Tantal im unbehandelten und im gemahlene, festen Produkt

96,0 Ma.-% in den Siebfractionen 0 – 0,063, 0,063 – 0,125 und 0,125 – 0,25 mm. Hier wurden die Tantalsinterstrukturen zunächst aufgrund der Wärmeeinwirkung desintegriert. Durch das Mahlen im Anschluss wurden möglicherweise nicht vollständig desintegrierte Anoden zerkleinert und agglomerierte Partikel aufgeschlossen. So gelang es, das Tantal fast vollständig in die drei feinsten Siebfractionen zu überführen.

**Zusammensetzung der Fraktionen 0 – 0,063 mm** In der Feinstfraktion des Ansatzes I sind 56,0 Ma.-% des gesamten Tantals enthalten, in der Feinstfraktion des Ansatzes II sogar 75,0 Ma.-%. Eine genauere Untersuchung dieser beiden Fraktionen soll Aufschluss geben, ob es zu Recyclingkonflikten mit Edelmetallen und Massenmetallen kommt. Dazu zeigt Abbildung 6 die Zusammensetzung der beiden Siebfractionen 0 – 0,063 mm. Kohlenstoff und Silizium, als größte Einzelanteile werden hier separat aufgeführt, genauso wie das Zielelement Tantal. Die Edelmetalle Gold, Silber und Platin und die Massenmetalle Kupfer, Eisen, Aluminium und Nickel werden zusammengefasst dargestellt.

Mit 24,1 Ma.-% stellt Tantal den größten Anteil an der Feinstfraktion des unbehandelten, festen Produktes dar. Silizium und Kohlenstoff bilden mit 17,8 und 12,1 Ma.-% die zweit- und drittgrößten Positionen. Daneben sind auch 7,4 Ma.-% Massenmetalle (u.a. Cu, Fe, Al und Ni) und 0,9 Ma.-% Edelmetalle in der Fraktion 0 – 0,063 mm enthalten. Die Vorgabe, eine Fraktion zu erzeugen, die reich an Tantal ist, konnte mit dem Verfahrensansatz I erfüllt werden. Der Recyclingkonflikt mit Edelmetallen

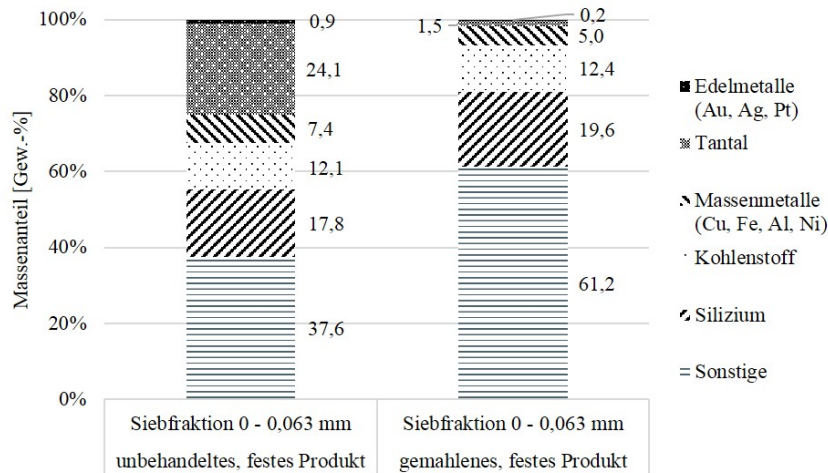


Abbildung 6: Zusammensetzung der Fraktionen 0 – 0,063 mm des unbehandelten und des gemahlene, festen Produktes

und Massenmetallen konnte allerdings nicht vollständig gelöst werden. Aufgrund der hohen Werthaltigkeit der Edelmetalle sollte eine Weiterbehandlung zur Gewinnung der Edelmetalle aus dieser Fraktion untersucht werden.

Obwohl durch das Mahlen des festen Produktes drei Viertel des Tantals in die Siebfraction 0 – 0,063 mm überführt wurde, lag der Gehalt an Tantal hier lediglich bei 1,5 Ma.-%. Dass der Tantalgehalt in der Siebfraction 0 – 0,063 mm des gemahlene, festen Produktes deutlich geringer als beim unbehandelte, festes Produkt war, ist auf das Mahlen in der Kugelmühle zurückzuführen. In der Kugelmühle werden vornehmlich hart-spröde Materialien wie die Tantalsinterkörper zerkleinert. Neben diesen enthält das feste Produkt allerdings auch eine Vielzahl anderer hart-spröder Materialien. Aus der Korngrößenverteilung des gemahlene, festen Produktes geht hervor, dass ca. 44,4 Ma.-% auf die Feinstfraktion entfallen. In absoluten Zahlen ausgedrückt, stieg durch das Mahlen die Masse der Feinstfraktion von 32 g (unbehandelte, festes Produkt) auf 453 g um ca. das 14-fache an. Die zerkleinerten Materialien wurden beim Sieben ebenfalls in die Feinstfraktion überführt und verdünnen das Tantal.

## 4 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Verfahren vorgestellt, dass das Recycling von Tantal aus Leiterplatten ermöglicht. Zunächst wurden tantalhaltige Leiterplatten thermo-chemisch behandelt, um enthaltene Kunststoffe zu zersetzen und die Tantalsin-

terstruktur der Kondensatoren zu desintegrieren. Im Ansatz I wurde das feste Produkt anschließend durch Sieben klassiert. Die Feinstfraktion enthielt 56,0 Ma.-% des gesamten Tantals, das zuvor in den Leiterplatten enthalten war und bestand zu 24,1 Ma.-% aus diesem. Aufgrund der hohen Konzentration ließe sich diese Fraktion direkt als Edukt für einen Solventextraktionsprozess zur Herstellung neuer Tantalprodukte nutzen [23].

Im Ansatz II wurde das feste Produkt hingegen zunächst gemahlen, bevor es ebenfalls klassiert wurde. Hier konnte mit 75,0 Ma.-% ein größerer Anteil des zuvor in den Leiterplatten enthaltenen Tantals in die Feinstfraktion überführt werden. Weil allerdings durch das Mahlen hart-spröde Materialien zerkleinert und beim Sieben in die Feinstfraktion überführt wurden, betrug die Tantalkonzentration hier nur 1,5 Ma.-%, was einen direkten Wiedereinsatz in der Tantalgewinnung erschwert. Bei beiden Ansätzen kam es zudem zu einer geringen Allokation von Edelmetallen in die Feinstfraktion.

Zukünftige Forschungsarbeiten sollten Möglichkeiten zur Abscheidung der Edelmetalle aus den tantalreichen Fraktionen untersuchen und die weitere Vorbereitung dieser Fraktion für den optimalen Einsatz im Solventextraktionsprozess, sowie die weitere Optimierung des vorgestellten Verfahrens hinsichtlich Tantalausbeute und -konzentration ins Auge fassen.

## Literatur

- [1] S. Deetman u. a. „Deriving European tantalum flows using trade and production statistics“. In: *Journal of Industrial Ecology* 1.22 (2018), S. 166–179.
- [2] T. Fujita u. a. „Evaluation of a recycling process for printed circuit board by physical separation and heat treatment.“ In: *Waste management* 7.34 (2014), S. 1264–1273.
- [3] *Guide for Molded Tantalum Capacitors*. URL: <http://www.vishay.com> (besucht am 30. 10. 2016).
- [4] C. Hagelüken. „Improving metal returns and eco-efficiency in electronics recycling - a holistic approach for interface optimisation between pre-processing and integrated metals smelting and refining“. In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Electronics and the Environment, 2006*. Mai 2006, S. 218–223. DOI: [10.1109/ISEE.2006.1650064](https://doi.org/10.1109/ISEE.2006.1650064).
- [5] „Technology challenges to recover precious and special metals from complex products“. In: *R'09 World Congress*. Hrsg. von C. Hagelüken und C. Meskers. 2009.

- [6] W. J. Hall und P. T. Williams. „Separation and recovery of materials from scrap printed circuit boards“. In: *Resources, Conservation and Recycling* 3.51 (2007), S. 691–709.
- [7] T. Hartfeil und J. Herdegen. *Elektrohydraulische Zerkleinerung EHZ. Selektive Trennung von Verbundwerkstoffen*. URL: <http://www.iwks.fraunhofer.de> (besucht am 23.04.2018).
- [8] P. Hense. *Development and Optimization of a thermo-chemical Process for Recycling waste electrical and electronic Equipment*. 2017.
- [9] G. Jie, L. Ying-Shun und L. Mai-Xi. „Product characterization of waste printed circuit board by pyrolysis“. In: *Journal of Analytical and Applied Pyrolysis* 2.83 (2008), S. 185–18.
- [10] R. Kikuchi, T. Yamamoto und M. Nakamoto. „Preliminary information of laboratorial tantalum recovery and considerations for a potential solution for conflict mineral and wildlife conservation“. In: *Environment and Natural Resources Research* 4 1 (2014), S. 31.
- [11] S. Kreibe und A. Förster. „Strategische Rohstoffe in Telekommunikations-Netztechnik – Kann die Recyclingquote gesteigert werden“. In: *Recycling Und Rohstoffe* 9 (2016), S. 361–372.
- [12] S. Kwon u. a. „Separation of tantalum from electronic components on laptop printed circuit board assembly“. In: *Journal of the Korean Institute of Resources Recycling* 1.25 (2016), S. 24–30.
- [13] F. Lindner. *Entwicklung einer Prozesskette zur staubarmen Rückgewinnung von Technologiemetallen bestückter Leiterplatten mittels sensorgestützter Sortierung (MetalSens)*. URL: <http://www.r4-innovation.de/files/MetalSens.pdf> (besucht am 18.04.2018).
- [14] H. Martens und D. Goldmann. *Recyclingtechnik - Fachbuch für Lehre und Praxis*. 2. Aufl. 2016.
- [15] K. Mineta und T. H. Okabe. „Development of a recycling process for tantalum from capacitor scraps“. In: *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 2-4.66 (2005), S. 318–321.
- [16] N. T. Nassar. „Shifts and trends in the global anthropogenic stocks and flows of tantalum. Resources“. In: *Conservation and Recycling* 125 (2017), S. 233–250.
- [17] B. Niu, Z. Chen und Z. Xu. „Application of pyrolysis to recycling organics from waste tantalum capacitors“. In: *Journal of hazardous materials* 335 (2017), S. 39–46.

- [18] B. Niu, Z. Chen und Z. Xu. „Method for Recycling Tantalum from Waste Tantalum Capacitors by Chloride Metallurgy“. In: *ACS Sustainable Chemistry & Engineering* 2.5 (2017), S. 1376–1381.
- [19] B. Niu, Z. Chen und Z. Xu. „Recovery of Valuable Materials from Waste Tantalum Capacitors by Vacuum Pyrolysis Combined with Mechanical-Physical Separation.“ In: *ACS Sustainable Chemistry & Engineering* 3.5 (2017), S. 2639–2647.
- [20] R. Noll u. a. „Inverse Production Line for the Automated Dismantling of Mobile Phones with Selective Laser-based Detaching and Sorting of Valuable Components“. In: *Recycling und Rohstoffe* (2018), S. 533–546.
- [21] T. OKI. „Physical separation technology to support the strategic development of urban mining“. In: *Synthesiology English edition* 4.6 (2013), S. 232–240.
- [22] F. Römer, T. Elwert und D. Goldmann. „Challenges and a possible solution for the recycling of tantalum from waste electrical and electronic equipment.“ In: *Proceedings of the XXVIII International Mineral Processing Congress (IMPC 2016)*. 2016.
- [23] D. Schöps. „Recycling Possibilities of Tantalum from E-Scrap - Three approaches“. In: *International Electronics Recycling Congress (IERC 2018)*. Jan. 2018.
- [24] K. J. Schulz, N. M. Piatak und J. F. Papp. *Niobium and tantalum*. US Geological Survey, 2017.
- [25] H. K. Shin u. a. *Tantalum capacitor and method of manufacturing the same*. US 20150036265A1, 2016.
- [26] M. Ueberschaar u. a. „Potentials and barriers for tantalum recovery from waste electric and electronic equipment“. In: *Journal of Industrial Ecology* 3.21 (2017), S. 700–714.
- [27] J. Wang, J. Guo und Z. Xu. „An environmentally friendly technology of disassembling electronic components from waste printed circuit boards“. In: *Waste management* 53 (2016), S. 218–224.

# Konstruktionsmethodiken – Alter Wein in neuen Schläuchen?

Michael Schmidt-Kretschmer<sup>\*</sup>

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

## Zusammenfassung

Die Rationalisierung von Konstruktionsprozessen erfordert den zweckmäßigen Einsatz von Methoden, deren Vermittlung einen wesentlichen Aspekt der universitären Ausbildung von KonstrukteurInnen darstellt. Das logische Zusammenspiel von Methoden in Methodiken strukturiert nicht nur das Konstruieren, sondern auch übergeordnete Prozesse. Dabei haben sich in den letzten Jahrzehnten in Unternehmen teilweise sehr unterschiedliche Methoden und Methodiken etabliert, die den Bereich der Konstruktion betreffen und auch in der Ausbildung von KonstrukteurInnen Berücksichtigung finden sollten: u. a. die Konstruktionslehre nach Pahl/Beitz [19], das V-Modell [24], Reverse Engineering [18], Quality Function Deployment [1], Design Structure Matrix [22], Design for Six sigma [28] und TRIZ - die Theorie des erfinderischen Problemlösens (z. B. [2], [26]).

Das Ziel des Beitrags ist es, Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Methoden und Methodiken im Hinblick auf den Konstruktionsprozess zu analysieren und so darzustellen, dass besonders für Novizen Verständnis und Zugang erleichtert werden.

*Schlüsselwörter:* Methode, Methodik, Konstruktionsmethodik, TRIZ

## Abstract

The rationalisation of design processes requires the appropriate use of methods, the teaching of which is an essential aspect of the academic education of designers. The

---

<sup>\*</sup>msk@beuth-hochschule.de



logical interaction of methods in methodologies not only structures the design process, but also superordinates processes. In recent decades, very different methods and methodologies have been established in companies, which concern the field of design and should also be taken into account in the education of designers: among others the design theory according to Pahl/Beitz [19], the V-Model [24], Reverse Engineering [18], Quality Function Deployment [1], Design Structure Matrix [22], Design for Six Sigma [28] and TRIZ - the theory of inventive problem solving (e.g. [2], [26]).

The aim of the article is to analyse commonalities and differences of selected methods and methodologies with regard to the design process and to present them in such a way that especially for novices understanding and access are facilitated.

*Keywords:* method, methodology, design methodology

## 1 Motivation

Ein wesentlicher Bestandteil jeder universitären Ausbildung ist die Vermittlung von Methoden und Methodiken (MuM). In der nationalen Ausbildung von KonstrukteurInnen hat sich die Konstruktionslehre nach Pahl/Beitz [19] in den letzten 40 Jahren etabliert. Sie basiert inhaltlich auf den Ergebnissen der Konstruktionsforschung fast eines Jahrhunderts, wurde hauptsächlich von Konstrukteuren generiert [15] und ist auch international verfügbar und anerkannt. Seit ca. drei Jahrzehnten besteht ein intensiver weltweiter Austausch zwischen Konstruktionsforschenden (und KonstrukteurInnen). Die Konferenzsprache ist mittlerweile durchweg Englisch und es gibt diverse Ansätze für einheitliche Sichtweisen. Trotzdem besteht bereits domänenintern ein breites „Angebot“ unterschiedlicher Vorgehensweisen, wie z. B. [19], [2], [3], [23], [10], [13], die durchaus Ähnlichkeiten aufweisen, aber von Novizen nicht ohne weiteres ineinander überführt werden können.

Des Weiteren ist der wissenschaftliche Austausch zwischen Domänen (extern), z. B. Konstruktion und Produktion, nach wie vor stark unterrepräsentiert, da einschlägige internationale Konferenzen häufig domänenspezifisch organisiert sind und sich oft zuerst an die Mitglieder ihrer Domäne richten. So werden durchaus ganzheitliche Methodiken von einer Domäne entwickelt, ohne die spezifischen Inhalte von anderen Domänen ausreichend zu berücksichtigen.

Aufgrund eines grundsätzlich ganzheitlichen Anspruchs ergeben sich im industriellen Alltag Anforderungen und Vorgaben an die Domäne Konstruktion und deren Methoden, die aus konstruktionsfremden Domänen stammen. Für unerfahrene KonstrukteurInnen bzw. Novizen resultieren daraus Probleme, wenn beim Berufseintritt unerwartet andere Regeln oder Vorgehensweisen gelten. In der Literatur wird diese Problematik bisher kaum berücksichtigt.

Aufgrund der Komplexität des Kontextes (z. B. Einmaligkeit von Konstruktions-

problemen hinsichtlich Ressourcen und Zeitaufwand), sind für MuM im Bereich der Konstruktion wissenschaftliche Nachweise von Effizienz und Effektivität kaum verfügbar. Oft wird versucht, die Sinnhaftigkeit von MuM durch spezielle Anwendungen bzw. Realisierungsbeispiele zu belegen. Dies gilt gleichermaßen für alle etablierten und neu entwickelten MuM.

Das Ziel des vorliegenden Beitrags ist es, ausgewählte MuM, die die Konstruktion betreffen, zu analysieren und deren Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Anwendungsmöglichkeiten so darzustellen, dass für Novizen das Verständnis und der Zugang erleichtert werden.

Dabei werden Grundkenntnisse zu den unterschiedlichen MuM ([19], [24], [18], [1], [22], [28], [2]) für das Verstehen der hier dargestellten Inhalte vorausgesetzt, da detaillierte Erläuterungen und Erklärungen der einzelnen MuM aus Platzgründen nicht zielführend sind.

## 2 Grundlagen

Eine Methode ist eine Vorgehensweise zur Erreichung eines bestimmten Ziels und eine Methodik ist die Verkettung von Methoden zur Erreichung eines bestimmten Ziels [19]. Für die Analyse von MuM sind strukturierte, generische Merkmale erforderlich, um Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu identifizieren:

- a) Birkhofer hat ein prozessorientiertes Methodenmodell vorgeschlagen, das aus generischen Elementen besteht (Abb. [1]), die auch den Kontext berücksichtigen [5]. Nach diesem Modell betrachtet man MuM abstrahiert als Funktion mit In- und Output (Transformation eines Ist- in einen Sollzustand). Des Weiteren ist bei einer Analyse die jeweilige Systemgrenze zu berücksichtigen.
- b) Setzt man MuM zum Lösen von Problemen ein, dann lässt sich das Transformieren von In- zu Output als allgemeiner Problemlösungsprozess [19] darstellen. Ausgehend von einem Problem werden die Phasen: Konfrontation – Information – Definition – Kreation – Bewertung – Entscheidung bis zur Lösung (u. U. mit Iterationen) durchlaufen.
- c) Als Metastruktur des Konstruktionsprozesses haben sich die vier sogn. Hauptphasen etabliert: Aufgabenklärung, Konzept, Entwurf, Ausarbeitung [19], [25].

## 3 Vorgehensweise

MuM werden ständig generiert und veröffentlicht, jedoch oft ohne die erforderliche wissenschaftliche Stringenz ([6], [8]). Dabei wird u. a. Bestehendes ignoriert oder auch

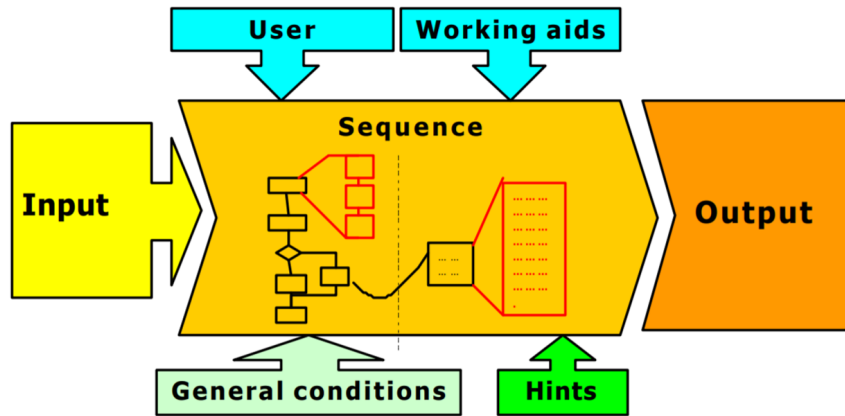


Abbildung 1: Methoden-Modell [5]

unter Verwendung von neu kreierten Begriffen plagiiert. In der vorliegenden Betrachtung wird die Problematik der Plagiate nicht weiter berücksichtigt. Die Auswahl der hier betrachteten Methodiken ist willkürlich und versucht die Methodiken zu berücksichtigen, mit denen die Studierenden in Ausbildung und Beruf i. d. R. konfrontiert werden: VDI 2221 [5], das V-Modell [24], Reverse Engineering [18], Quality Function Deployment [1], Design Structure Matrix [22], Design for Six sigma [28] und TRIZ - die Theorie des erfinderischen Problemlösens (z. B. [2], [26]).

Die Konstruktionslehre nach Pahl/Beitz [19] wird aufgrund der großen Verbreitung im Sinne eines Referenzprozesses (RefP) verwendet, d. h. Gemeinsamkeiten und Unterschiede werden anhand der strukturierten generischen Merkmale (s. o.) jeweils in Bezug auf die Konstruktionsmethodik untersucht. Im Sinne einer oportunistischen Vorgehensweise [4] ergeben sich bei der Anwendung von MuM flexible und individuelle Prozesse mit durchaus vielen Iterationsschritten. Die Analyse bezieht sich daher nur auf das „theoretische Grundgerüst“ der MuM.

## 4 VDI 2221

Die VDI-Richtlinie 2221 [25] ist eine Dachrichtlinie für einen Richtlinienkomplex zu Konstruktionstätigkeiten. Inhaltlich wird sie oft synonym zur Konstruktionsmethodik von Pahl/Beitz betrachtet, aber es bestehen Unterschiede u. a. in den Arbeitsabschnitten der Entwurfsphase. Während Pahl/Beitz z. B. Haupt- und Nebenfunktionsträger und deren Grob- und Feingestaltung unterscheiden, erfolgt in der VDI 2221 die Gliederung in realisierbare Module mit dem Ziel, die arbeitsaufwendige Konkretisierung besser zu strukturieren. Ferner ist zu beachten, dass zur Entstehungszeit der Richtli-

nie 2221 ein domänenübergreifender Anspruch der Richtlinie bestand, der sich aber nicht durchsetzen konnte. Die grobe Einteilung des Konstruktionsprozesses in vier Hauptphasen ist aber in der Gemeinschaft der Konstruktionsforschenden inzwischen akzeptiert und etabliert.

## 5 V-Modell

Die Vorgehensweise nach dem sogn. V-Modell stammt ursprünglich aus der Softwareentwicklung. Dort besteht zwischen dem Generieren und dem Testen von Algorithmen keine Produktion, so dass Tests jederzeit umgesetzt werden können. Dabei ist es sinnvoll für die Optimierung der Effizienz mit den Tests der kleinsten Bausteine zu beginnen, um dann sukzessive größere Algorithmen zusammenzustellen und diese wiederum zu testen. Der linke Schenkel des „V“ repräsentiert den sogn. Systementwurf von grob (oben) nach fein (unten) und der rechte die sogn. Systemintegration, d. h. entsprechende Evaluationen von fein (unten) nach grob (oben). Nicht zuletzt aufgrund der starken Relevanz der Softwareentwicklung bei mechatronischen Produkten wurde diese Vorgehensweise für solche Produkte in der VDI-Richtlinie 2206 adaptiert [24], wobei die Spitze des „V“ in der Richtlinie den domänenspezifischen Entwurf (das Generieren von Lösungen) repräsentiert. Durch mehrmaliges Durchlaufen des „V“-Makrozyklusses können eine zunehmende Produktreife und unterschiedliche Prozessphasen abgebildet werden. In der Praxis des Maschinenbaus muss allerdings berücksichtigt werden, dass oft aus Gründen der Wirtschaftlichkeit nicht die Funktionalität jedes Einzelteils individuell getestet werden kann.

Die Kompatibilität zur Konstruktionslehre ist leicht zu erkennen, wenn der Grundgedanke des V-Modells (Analyse – Synthese – Evaluation) auf z. B. die unterschiedlichen Hauptphasen angewendet wird und ist in der VDI-Richtlinie 2206 umfassend erläutert.

## 6 Reverse Engineering

Die Bezeichnung *Reverse Engineering* wird für drei verschiedene Prozesse verwendet: die Rückgewinnung von CAD-Geometriedaten aus bestehenden Produkten, die Rückgewinnung von Quellcodes aus bestehender Software und das Verstehen der Funktionalität von bestehenden Produkten mit dem Ziel ihrer Optimierung. Letzterer Prozess wurde von Otto/Wood als Konstruktionsmethodik beschrieben [18]. Ein solches Vorgehen wird in den meisten Entwicklungsabteilungen praktiziert, d. h. verfügbare Produkte (z. B. von Wettbewerbern) werden mit dem Ziel analysiert, schneller bzw. direkter zu neuen Lösungen zu kommen. Dabei ist die Vermeidung von Imitation, z. B. durch parallel durchgeführte Patentrecherchen, sicherzustellen. Die Methodik von Otto/Wood ist kompatibel mit der Konstruktionslehre von Pahl/Beitz, denn sie

besteht aus drei Phasen, von denen die letzte mit der Konstruktionslehre identisch ist. Die ersten zwei Phasen organisieren die Erkenntnisgewinnung aus dem montierten und demontierten Produkt und erfordern i. d. R. intensive Analysen und praktische Labortätigkeiten.

## 7 Quality Function Deployment / House Of Quality

Die Grundidee der Methode Quality Function Deployment / House of Quality (QFD / HoQ) ist die detaillierte Analyse des (Kunden-)Nutzens eines Produkts bzw. einer Produktidee mit dem Ziel der Qualitätssicherung [1]. Dies wird durch eine Verknüpfung und Strukturierung von Daten innerhalb von Listen und Matrizen erreicht. Den Kern der Darstellung bildet die sog. Wechselwirkungsmatrix zwischen dem „Was“ (was soll getan werden – Kundensicht) und dem „Wie“ (wie wird es realisiert – Entwicklerperspektive). Auf diese Weise lassen sich Abhängigkeiten und Einflüsse durch Korrelation darstellen und einfach priorisieren.

Im RefP kann QFD / HoQ in den „frühen Phasen“, d. h. der Produktplanung bzw. beim Klären der Aufgabenstellung und beim Problemdefinieren als Schnittstelle zwischen Auftraggeber und Auftragnehmer zur Sicherung der Qualität bzw. Minimierung von Risiken eingesetzt werden.

## 8 Design Structure Matrix - DSM

Die Design Structure Matrix (DSM) ist eine Methode, die mittels einer quadratischen Matrix Zusammenhänge von Elementen hochvernetzter Systeme modelliert [22]. Durch die Analyse der binären oder numerischen Darstellung der Beziehungen der einzelnen Elemente zueinander mittels Clustern von Zellen der Matrix kann eine zielführende Gestaltung von unabhängigen und abhängigen Prozessen ausgeführt werden. Neben der Prozessorganisation können mit DSM aber im Rahmen des Konstruierens modulare Produktarchitekturen identifiziert werden und DSM kann auch für die Klärung der Auswirkungen von Bauteiländerungen (bes. 3. Hauptphase: Entwurf / Gestaltung) verwendet werden.

## 9 Design For Six Sigma (DFSS)

*Six Sigma* bezeichnet eine Vorgehensweise zur Verbesserung von existierenden Produkten und Prozessen, um die damit verbundenen Fehler (und Verschwendungen) zu reduzieren [20]. Über vorhandene statistische Tools werden Prozesse und Produkte bewertet und richtungsweisend interpretiert. Des Weiteren wird versucht über die Einführung der Six-Sigma-Methodik die grundsätzliche Unternehmensphilosophie zu

beeinflussen. Ein *Six Sigma* Verbesserungsprojekt durchläuft i. d. R. fünf Phasen: Define – Measure – Analyse – Improve – Control. Die Bezeichnung durch das Akronym DMAIC hat sich weltweit durchgesetzt.

Im Gegensatz zu *Six Sigma* zielt *Design for Six Sigma* direkt darauf ab, die prinzipielle Lösung eines Produkts oder Prozesses zu verbessern, indem der Konstruktionsprozess selbst mit einbezogen wird, um von vornherein nahezu fehlerfreie Produkte und Prozesse zu entwickeln. Wie bei Six Sigma, werden statistische Methoden für die Prozessabsicherung herangezogen. Problematisch ist die Messbarkeit von Ergebnissen im kreativ gestalterischen Bereich. Unter vielen verfügbaren Phasenmodellen für DFSS ist der von Bruce und Launsby [7] aufgestellte DMADV-Prozess (s. Tab. [1]) der bekannteste.

Tabelle 1: DFSS-Akronyme

Akronym	Phasen	Autoren
PIDOV	Plan, Identify, Design, Optimize, Validate	Sleeper [21]
ICOF	Identify, Characterize, Optimize, Verify	Yang [27]; El-Haik [12]
I <sup>2</sup> DOV	Invent and Innovate	Creveling, Slutsky, Antis [9]
CDOV	Concept, Design, Optimize, Verify	Creveling, Slutsky, Antis [9]
DMADV	Define, Measure, Analyze, Design, Verify	Bruce, Launsby [7]

Die grundsätzlich reaktive Ausrichtung von *Six Sigma* wird durch den Rahmenprozess *Design for Six Sigma* (DFSS) hinsichtlich einer präventiven Problemvermeidung ergänzt.

Sowohl das reaktive Vorgehen des DMAIC-Prozesses, als auch das DFSS-Vorgehen von Bruce und Launsby weisen die Phasen Define, Measure und Analyze auf (Abb. [2]).

Bis zum Abschluss der Analyse-Phase kann keine fundiert abgesicherte Entscheidung darüber getroffen werden, ob ein Problem ein Verbesserungsproblem im Sinne von Systemparametereinstellungen ist, oder ob ein Problem als Gestaltungs- bzw. Design-Aufgabe zu interpretieren ist. Aus diesem Grund können diese drei Phasen als inhaltlich identisch betrachtet werden, gefolgt von der Entscheidung, die festlegt, ob reaktiv oder präventiv reagiert werden muss. Auch der reaktive Pfad kann selbstverständlich konstruktionsrelevante Inhalte aufweisen. Mit welchem methodischen Aufwand die erforderliche Verbesserung angegangen wird, muss individuell entschieden werden.

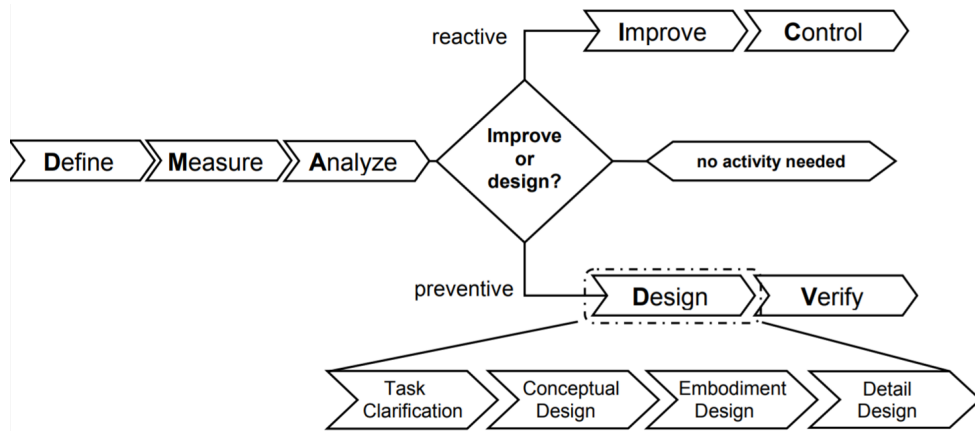


Abbildung 2: Darstellung der Übereinstimmung der DMAIC-, DMADV-Prozesse und der Hauptphasen der Konstruktionsmethodik

## 10 TRIZ

Die „Theorie des erfinderischen Problemlösens“ (russisches Akronym: TRIZ) kann als ein umfangreicher Komplex von Methoden angesehen werden, dessen Entwicklung von Genrich Altshuller initiiert wurde [2] und der heute in zahlreichen Publikationen dargestellt wird. Aufgrund des Umfangs und der Uneinheitlichkeit von Terminologie und Darstellungen in der Standardliteratur (z. B. [16], [17], [14], [11]) ist der Zugang für Studierende als auch für Praktiker in Unternehmen erschwert. Die VDI-Richtlinie 4521 [26] versucht durch Begriffsklärungen Eindeutigkeit zu erzeugen, gleichzeitig bieten Consulter Schulungen mit entsprechenden Zertifikaten an (ähnlich wie bei DFSS), um TRIZ zu etablieren.

Autoren (z. B. [16]) versuchen oft unter Hinweis auf eine bessere Effizienz TRIZ gegenüber anderen Vorgehensweisen (insbesondere Pahl/Beitz) abzugrenzen. Ohne wissenschaftliche Ergebnisse hierzu aufzuzeigen (vgl. a. Kap. Motivation), wird argumentiert, dass eine Lösungsfindung schneller erfolgt, wenn man sofort bei der idealen Lösung (*Idealität*) ansetzt. Der RefP berücksichtigt ebenfalls das sogn. *Ideale System* im Zusammenhang mit der *Methode des Rückwärtsschreitens*, allerdings findet sich keine direkte Entsprechung zur TRIZ-spezifischen Verknüpfung der Idealität mit *nützlichen* und *schädlichen* Funktionen. Im RefP werden Methoden zur Auswahl und Bewertung dem (Problem-)Lösungsfindungsprozess nachgeschaltet; d. h. es erfolgt eine (bewusste) Trennung von Kreation und Auswahl / Bewertung, durch die ein Einengen der Kreativität vermieden wird.

In unterschiedlichen Veröffentlichungen [26], [16] wird TRIZ im Zusammenhang

mit dem *Grundsätzlichen Problemlösungsprozess* genannt, Abb. 3. Dieser Ansatz verdeutlicht die Bedeutung von Abstraktion für das Problemlösen im Allgemeinen, gilt für jede Form des Abstrahierens und unterstreicht auch die Wichtigkeit von Abstraktion für generische Ansätze bzw. Methoden.

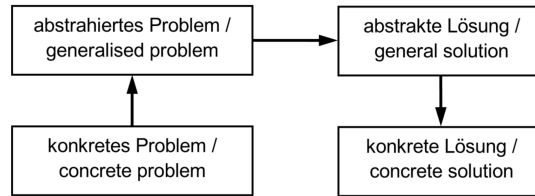


Abbildung 3: Grundsätzlicher Problemlösungsprozess mit TRIZ 26

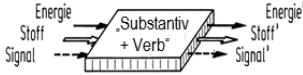
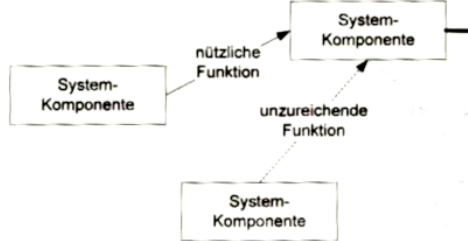
Beim *Grundsätzlichen Problemlösungsprozess* wird nicht detailliert ausgeführt, wie der Prozess des Lösens strukturiert ist, sondern nur betont, dass auf abstrakter Ebene nach einer Lösung gesucht wird. Eine generische Darstellung des Problemlösens wird im RefP durch den allgemeinen Problemlösungsprozess beschrieben.

Dem Anspruch des *Grundsätzlichen Problemlösungsprozesses*, Abb. 3, entspricht aber auch der RefP, denn Abstraktion hat hier eine entscheidende Bedeutung. So wird durch das Abstrahieren von der detaillierten Anforderungsliste auf den Wesenskern des Problems (abstrahiertes Problem) eine Vorfixierung auf eine bestimmte Lösung vermieden. Ausgehend vom Wesenskern des Problems erfolgt auf abstrakter Ebene mittels lösungsneutral formulierter Funktionen eine Variation erster Konzepte in Form von Funktionsstrukturen. Beim Übergang zur konkreten Lösung werden Teilfunktionen einer Funktionsstruktur durch spezifische Lösungen (Wirkprinzipien) ersetzt. Darüber hinaus erleichtert das Trainieren abstrakten Denkens mittels Funktionen ein einfacheres Übertragen von Erkenntnissen auf spezifische Sachverhalte. Hinsichtlich eines grundsätzlichen Anspruchs bezüglich des Abstrahierens lassen sich zwischen TRIZ und dem RefP keine wesentlichen Unterschiede feststellen.

Dies gilt nicht für den speziellen Umgang mit Funktionen in TRIZ. Während im RefP speziell durch den Gebrauch von Funktionen abstrahiert wird (höchste Abstraktionsstufe: allgemein anwendbare Funktionen), werden Funktionen in TRIZ durchaus mit konkreten Inhalten (z. B. Komponenten) gehandhabt. Ungünstigerweise wird die Handhabung / Darstellung von Funktionen in der Literatur zum Thema TRIZ unterschiedlich beschrieben. Auch die Definitionen sind unterschiedlich, Tab 2. Im RefP besteht eine Funktion aus einer Transformation (Faustformel für Formulierung: „Substantiv und Verb“), die einen Eingangszustand in einen Ausgangszustand ändert, während in TRIZ eine Funktion aus zwei Komponenten und einer Aktion besteht, Tab. 2.



Tabelle 2: Vergleich von der Handhabung von Funktionen im RefP und in TRIZ

	RefP [19]	TRIZ
<b>Definition: Funktion</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Allgemeiner Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang eines Systems mit dem Ziel, eine Aufgabe zu erfüllen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resultat einer physikalischen Aktion, erzeugt durch die Interaktion von zwei Komponenten [16]</li> <li>• Abhängigkeit zwischen zwei Prozessen [17]</li> </ul>
<b>Ziel der Methode</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lösungsneutrale Darstellung unter Verwendung von Energie-, Stoff- und Signalumsatz</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ursache-Wirkungs-Diagramm, das primär nützliche und unzureichende Funktionen verdeutlicht (nach [14])</li> </ul>
<b>Phasen- zuordnung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Konzeptphase</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemdefinition und Lösungssuche [26]</li> </ul>
<b>Darstellung: Funktion</b>		

In der VDI-Richtlinie 4521 erfolgt eine nachvollziehbare Zuordnung der einzelnen TRIZ-Methoden zu einem Problemlösungsprozess mit den Phasen: Zielbeschreibung, Problemdefinition, Lösungssuche und Lösungsauswahl, ähnlich den Phasen des allgemeinen Problemlösungsprozesses [19].

Die Methodik, die den Gebrauch der TRIZ-Methoden nach Altschuller organisiert, heißt ARIZ (russisches Akronym für *Algorithmus zur Lösung von Erfindungsaufgaben*) und wird in der VDI-Richtlinie 4521 indirekt durch die genannten Phasen zugeordnet. Die unterschiedlichen ARIZ-Versionen sind durch die Jahreszahl ihrer Entstehung gekennzeichnet. Im Unterschied zum RefP handelt es sich bei ARIZ um eine Methodik zum Problemlösen, die konstruktionstechnische Belange wie das Entwerfen und Ausarbeiten kaum berücksichtigt.

## 11 Schlussfolgerungen

Im Überblick wird deutlich, dass die betrachteten Methoden nahezu beliebig zu Methodiken kombiniert werden können. Dabei ist bei der Anwendung auf eindeutige Definitionen der Systemelemente zu achten bzw. leichtfertiges Interpretieren von abstrakten Begriffen zu vermeiden. Aufgrund fehlender oder unscharfer Definitionen ist Abstraktionsvermögen grundsätzlich hilfreich bei der Beurteilung möglicher Kombinationen. Des Weiteren ist auch auf eine stringente Logik bei der Abfolge der gewählten Methoden zu achten; hierbei kann das Bewusstmachen der Ein- und Ausgangsgrößen der Methoden hilfreich sein.

HoQ und DSM lassen sich problemlos in den RefP integrieren. Im Falle von Reverse Engineering und DFSS (DMAIC/DMADV) kann der RefP vollständig integriert werden.

Im Hinblick auf den RefP werden in der entsprechenden Literatur Hinweise auf eine mögliche Kompatibilität gegeben, oft (bes. TRIZ-Literatur) wird aber auch nur abgegrenzt, um vermeintliche – aber wissenschaftlich nicht belegte – Vorzüge darzustellen. Dies erscheint unnötig, da effiziente Methoden sich i. d. R. durchsetzen.

Die Ausgangsfrage des Titels: „Konstruktionsmethodik – alter Wein in neuen Schläuchen?“ kann für alle betrachteten MuM verneint werden, zumal offensichtliche Plagiate nicht berücksichtigt wurden.

## Literatur

- [1] Y. Akao. *Quality Function Deployment (QFD): Integrating Customer Requirements into Product Design*. Productivity Press: New York, 2004.
- [2] G. Altschuller. *Erfinden: Wege zur Lösung technischer Probleme*. 2. Verlag der Technik: Berlin, 1986.

- [3] M. M. Andreasen und L. Hein. *Integrated Product Development*. IPU. Technical University of Denmark: Copenhagen, 2000.
- [4] B. Bender und L. Blessing. „On the superiority of opportunistic design strategies during early embodiment design“. In: *DESIGN 2004: Dubrovnik, Croatia*. Hrsg. von Dorian Marjanovic. 2004.
- [5] H. Birkhofer u. a. „Cleaning up Design Methods - Describing Methods Completely and Standardised“. In: *DESIGN 2008: Dubrovnik, Croatia*. Hrsg. von Dorian Marjanovic. Dubrovnik, Croatia, 2002.
- [6] L. Blessing. „What is this thing called Design research?“ In: *Annals of the 2002 CIRP Design Seminar: Hong Kong*. 2002.
- [7] G. Bruce und R. G. Launsby. *Design for Six Sigma*. McGraw-Hill: New York, 2003.
- [8] M. Cantamessa. „Design research in perspective a meta research upon ICED97 and ICED99“. In: *Proceedings of the 13th International Conference on Engineering Design ICED'01: Glasgow, Scotland*. 2003.
- [9] C. Creveling, J. Slutsky und D. Antis. *Design for Six Sigma*. Prentice Hall, 2003.
- [10] N. Cross. *Engineering Design Methods: Strategies for Product Design*. Wiley-Blackwell, 2008.
- [11] K. Gadd. *TRIZ für Ingenieure. Theorie und Praxis des erfinderischen Problemlösens*. Wiley-VCH Verlag: Weinheim, 2016.
- [12] B. El-Haik und R. Al-Aomar. *Simulation-based lean six-sigma and design for six-sigma*. Wiley Interscience: Hoboken, NJ, 2006.
- [13] C Hales und S. Gooch. *Managing Engineering Design*. 2. Springer-Verlag: London, 2004.
- [14] R. Herb, T. Herb und V. Kohnhauser. *TRIZ Der systematische Weg zur Innovation*. Verlag Moderne Industrie: Landsberg/Lech, 2000.
- [15] M. Heymann. *Kunst und Wissenschaft in der Technik des 20. Jahrhunderts*. Chronos Verlag: Zürich, 2005.
- [16] K. Koltze und V. Souchkov. *Systematische Innovation. TRIZ-Anwendung in der Produkt- und Prozessentwicklung*. Carl Hanser Verlag: München Wien, 2011.
- [17] M. Orloff. *Grundlagen der klassischen TRIZ: Ein praktisches Lehrbuch des erfinderischen Denkens für Ingenieure*. 3. Springer: Berlin, 2006.
- [18] K. Otto und K. Wood. *Product Design: Techniques in Reverse Engineering and New Product Development*. Prentice Hall: New Jersey, 2001.

- [19] G. Pahl und W. Beitz. *Konstruktionslehre: Methoden und Anwendung*. 3. Springer: Berlin, 1993.
- [20] P. S. Pande, R. P. Neuman und R. R. Cavanagh. *The Six Sigma way - How GE, Motorola, and other top companies are honing their performance*. McGraw-Hill: New York, 2000.
- [21] A. Sleeper. *Design for Six Sigma statistics - 59 tools for diagnosing and solving problems in DFSS initiatives*. McGraw-Hill: New York, 2006.
- [22] D. V. Steward. „The Design Structure System: A Method for Managing the Design of Complex Systems“. In: *IEEE Transactions on Engineering Management* 28.3 (1981).
- [23] K. T. Ulrich und S.D. Eppinger. *Product Design And Development*. 3. McGraw-Hill: New York, 1986.
- [24] *VDI-Richtlinie 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Beuth Verlag: Berlin, 2006.
- [25] *VDI-Richtlinie 2221: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte*. Beuth Verlag: Berlin, 1993.
- [26] *VDI-Richtlinie 4521 Blatt 1: Erfinderisches Problemlösen mit TRIZ - Grundlagen und Begriffe*. Beuth Verlag: Berlin, 2016.
- [27] K. Yang. *Design for Six Sigma for Service*. McGraw-Hill: New York, 2005.
- [28] K. Yang und B. El-Haik. *Design for 6 Sigma. A Roadmap for Product Development*. New York, 2003.



# Entwicklung eines Konstruktionsprinzips zur Herstellung des Rohbaus von Wagenkästen in Integralbauweise für den Schienenfahrzeugbereich

Marcel Springmann<sup>1</sup>, Johannes Kotter<sup>2</sup> und Wolfgang  
Trommeshauser<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

<sup>2</sup>ZAHORANSKY AG, Anton-Zahoransky-Strasse 1, 79674  
Todtnau-Geschwend

<sup>3</sup>engineering office Trommeshauser GmbH, Artur-Becker-Str. 1,  
16515 Oranienburg

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit der Firma engineering office Trommeshauser GmbH (eoT) und behandelt ein neuartiges Konstruktionsprinzip zur Herstellung des Wagenkastenrohbaus von Schienenfahrzeugen in Integral-Stahlbauweise, dem sogenannten Zip Fastening Design (ZFD). Entwicklungsgegenstand ist ein Selbstfixierungssystem für die Vormontage der ZFD-Systemkomponenten für den anschließenden Fügeprozess durch Laserschweißen. Zur Abschätzung der benötigten Fügekraft zum Erreichen der Selbstfixierung und der dabei entstehenden plastischen Verformungen wird ein Finite Elemente Methode (FEM)-Simulationsmodell entwickelt, mit dem in einer strukturmechanischen Mehrschrittanalyse der gesamte Fügeprozess dargestellt werden kann. Ziel ist es, bei einer definierten Fügekraft eine Mindesthaltekraft zu erreichen, damit auch bei leicht ruckartigem Anheben des ZFD-Wandmoduls im selbstfixierten Zustand die Verbindung bestehen bleibt. Füge- und Mindesthaltekraft werden durch die vorgegebenen Toleranzen stark beeinflusst,

wobei fertigungsübliche Toleranzfelder verwendet werden, um eine wirtschaftliche Herstellung der Bauteile zu gewährleisten. Die Ermittlung eines geeigneten ZFD-Systems erfolgt mit der TRIZ-Methodik nach Livotov und Petrov [7]. Die prinzipiellen Lösungen werden mit Argumentenbilanzen vergleichend dargestellt. Durch eine gewichtete Punktbewertung wird abschließend die am besten geeignete Lösung identifiziert und vorgestellt.

*Schlüsselwörter:* Wagenkastenrohbau, ZFD-System, Fügeprozess, Selbstfixierung, Toleranzfelder, FEM, TRIZ

## 1 Einleitung

### 1.1 Motivation

Neuste Marktentwicklungen im Schienenfahrzeugbau erwecken ein gesteigertes Interesse, den Rohbau von Wagenkästen wieder in Stahlbauweise auszuführen. Aktuell werden Wagenkästen, besonders im Sektor der Triebzüge, hauptsächlich aus Aluminium hergestellt. Diese Bauweise bietet Vorteile beim Vergleich des Fertigungsaufwandes, bei der optischen Qualität im lackierten Endzustand, der Rohbaumasse sowie in den Rohbautoleranzen. Die Aluminiumbauweise hat jedoch gravierende Nachteile gegenüber der Stahlbauweise. So sind beispielsweise die Werkstoffkosten des Aluminiums um ein Vielfaches höher, die Brandschutzeigenschaften, die Festigkeit sowie die Steifigkeit vermindert.

Mit der Anwendung des Zip Fastening Design (ZFD)-Prinzips sollen die positiven Eigenschaften der Aluminiumbauweise in ein Stahlbaukonzept für die Herstellung von Wagenkästen integriert werden, wobei die vorteilhaften Eigenschaften der Stahlbauweise erhalten bleiben sollen. Das Ziel der ZFD-Entwicklung ist die Angleichung des Fertigungsaufwandes, der (optischen) Qualität, der Rohbautoleranzen und der Rohbaumasse an den Stand der Aluminiumbauweise. Zudem soll durch die Verwendung modernster Fertigungsverfahren mit einer Reduktion der benötigten Fertigungszeit sowie mit der Erhöhung des Automatisierungsgrades ein wirtschaftlicher Vorteil gegenüber der herkömmlichen Herstellung der Wagenkästen ermöglicht werden.

### 1.2 engineering office Trommeshauser GmbH

Die folgenden Ausführungen entstanden im Rahmen einer Masterarbeit [6] in Kooperation mit der engineering office Trommeshauser GmbH, einem Unternehmen das auf die Entwicklung und Konstruktion von Komponenten für den Schienenfahrzeugbau sowie von Betriebsmitteln für deren Fertigung spezialisiert ist. [8] Es wurde ein Patent mit dem Titel „Wandmodul und ein Verfahren zur Herstellung von Komponenten

mit Wandmodulen für den Rohbau von Wagenkästen im Schienenfahrzeugbau in Differenzialbauweise“ unter dem Aktenzeichen EP18159743.6 angemeldet.

### 1.3 Zielsetzung

Bei der Herstellung von Wagenkästen mit dem ZFD-Konstruktionsprinzip werden walzprofilierte Bleche, sogenannte ZFD-Profile, welche die Außenbeblechung bilden, mit Querversteifungen, sogenannten Gerippeträgern, für die Herstellung von Wand-, Dach- und Stirnwandmodulen stoffschlüssig miteinander verbunden. Unterstützend für diesen Fügeprozess soll eine Struktur in die Gerippeträger eingebracht werden, welche die ZFD-Profil-Außenbeblechung so positioniert bzw. fixiert, dass sie mit möglichst geringem Vorrichtungsaufwand durch Laserschweißen mit den Gerippeträgern verbunden werden kann.

Ziel ist die Gestaltung einer neuen konstruktiven Lösung sowie die Entwicklung einer Vorgehensweise zur strukturmechanischen Simulation des Selbstfixierungssystems für den anschließenden Fügeprozess von ZFD-Profil- und Gerippeträger im Hinblick auf die Herstellung von Wagenkastenwandmodulen und unter Beachtung der in [3] ermittelten ZFD-Systemparameter. Aufgrund der nur temporären Fixierung zur Vorbereitung des Schweißprozesses sollen die konstruktiven Maßnahmen für die Selbstfixierung einen möglichst geringen Einfluss auf die Struktur des Gesamtsystems haben. Des Weiteren soll eine lückenlose Beschichtung der gefügten Bauteile mit einem geeigneten Korrosionsschutz möglich sein.

## 2 Stand der Technik

Im Allgemeinen können zwei grundlegende Bauweisen bei der Herstellung von Wagenkästen aus Metall unterschieden werden, die Integral- und die Differentialbauweise.

### 2.1 Integralbauweise

Abbildung 1 (links) zeigt einen Wagenkastenrohbau in Integralbauweise. Der Rohbau wird aus durchgehenden Aluminium-Strangpressprofilen aufgebaut, welche durch Schweißen zu Untergestellen, Seitenwänden und Dächern zusammengefügt werden. Aus den vorgeschweißten Seitenwänden werden die Ausschnitte für Fenster und Türen ausgefräst und mechanisch bearbeitet. Durch die Verwendung von großflächigen Strangpressprofilen wird der Montageaufwand in der Rohbaufertigung erheblich reduziert. Bei dieser Bauweise werden tragende und verschalende Funktionen kombiniert. [5]





Abbildung 1: Wagenkastenrohbau eines ICE-Hochgeschwindigkeitszuges in Integralbauweise (links) und in Differentialbauweise (rechts) [5]

## 2.2 Differentialbauweise

Abbildung [1] (rechts) zeigt einen Wagenkastenrohbau in Differentialbauweise. Es werden bei der Fertigung in Fahrtrichtung verlaufende Stringer und senkrecht dazu angeordnete Spanten aus Stahl, die im Dachbereich als Querträger bezeichnet werden, miteinander zu einem Wagenkastengerüst verschweißt. Des Weiteren wird dieses Wagenkastengerüst mit glatten oder gesickten Blechen bestückt, welche nach dem Verschweißen mit dem Wagenkastengerüst die Außenbeblechung des Wagenkastens bildet. Diese Beblechung besteht aus einer Vielzahl von einzelnen Segmenten, welche eine Stärke von ca. 2,0 mm haben. Es werden tragende und verschalende Funktionen klar voneinander getrennt. [3, 5]

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein Wagenkastengerüst in Differentialbauweise mit L-Stahl-Profilen. Die Spanten werden mit einer Blechdicke von 2,0 mm durchgängig laufend und die Stringer mit einer Blechstärke von 3,0 mm gestückelt ausgeführt. Durch die Stückelung der Stringer und Segmentierung der Außenbeblechung ergibt sich eine hohe Anzahl an Einzelteilen, was zu einem beträchtlichen Vorrichtungsaufwand bei der Montage führt. [3]

## 2.3 Vergleich der Bauweisen

Tabelle [1] und Tabelle [2] zeigen ausgewählte Vor- und Nachteile der Integral- und Differentialbauweise für die konventionellen Bauweisen der Rohbaustruktur von Wagenkästen. [6]

Tabelle 1: Vor- und Nachteile der Integralbauweise von Wagenkästen

<b>Vorteile</b>	<b>Nachteile</b>
Hohe optische Qualität der Außenblechung im lackierten Endzustand	Hohe Herstellungskosten der einzelnen Bauteilprofile
Geringer Schweißverzug beim Fügen der Einzelteile	Ausschließliche Verwendung von Aluminium Werkstoffen
Geringe Bauteiltoleranzen	Relativ teurer Werkstoff
Geringer Vorrichtungsaufwand beim Fügen der Bauteilprofile zur Fertigung der Seitenwände	Schlechte Reparaturmöglichkeiten der Wagenkästen
Schnelle und einfache Montage	Transport von sehr großen Bauteilen nötig
Geringe Anzahl an Einzelteilen	Unflexibel in der Ausbringung der Bauteilprofile
Gute Leichtbaueigenschaften	Schlechte Brandschutzeigenschaften
Hoher Automatisierungsgrad möglich	Schlechtere Werkstoffeigenschaften hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit bei Aluminium

Tabelle 2: Vor- und Nachteile der Differentialbauweise von Wagenkästen

<b>Vorteile</b>	<b>Nachteile</b>
Günstige Halbzeuge	Schlechte optische Qualität der Außenblechung im lackierten Endzustand
Kaum Werkstoffeinschränkungen	Sehr hoher Fertigungsaufwand durch hohe Anzahl an Einzelteilen
Gute Reparaturmöglichkeiten der Wagenkästen	Hoher Vorrichtungsaufwand zum Fügen der Einzelteile
Sehr flexibel bei lokalen Änderungen der Konstruktion	Hoher Schweißverzug
Gute Brandschutzeigenschaften bei Stahl	Erhöhte Rohbautoleranzen bei gleicher Fahrzeugabmessung
Gute Werkstoffeigenschaften hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit bei Stahl	Erhöhte Rohbaumasse bei gleicher Fahrzeugabmessung

### 3 Bauweise von Wagenkästen mit dem ZFD-Prinzip

Die Zip Fastening Design (ZFD)-Bauweise stellt ein Optimierungsprinzip der Differenzialbauweise zur Herstellung von Seitenwand-, Stirnwand- und Dachmodulen für Schienenfahrzeuge dar, welche sich optimal für den Einsatz modernster Fertigungs- und Fügeverfahren eignet.

Das Ziel bei der Herstellung von Wagenkästen in ZFD-Bauweise ist, die Vorteile der Aluminium-Integralbauweise auf ein System in Stahlbauweise zu übertragen und dadurch die Nachteile der klassischen Stahlbauweise deutlich zu reduzieren, aber deren Vorteile möglichst beizubehalten.

Die mit dem Einsatz modernster Fertigungs- und Fügeverfahren verbundene Steigerung des Automatisierungsgrades ermöglicht eine prozessübergreifende Reduzierung der Fertigungskosten, des Vorrichtungsaufwandes, der Montagezeiten und der Logistik. Durch eine gezielt für den Einsatz von Laserfügeverfahren zugeschnittene konstruktive Gestaltung werden der Schweißverzug und die Rohbautoleranzen minimiert und gleichzeitig die optische Oberflächenqualität der Außenbeblechung gesteigert. Zusätzlich ermöglicht die ZFD-Bauweise durch die Verwendung von Walzprofilen mit hohem Kaltverfestigungsgrad eine reduzierte Blechdicke der Außenbeblechungen und damit eine Verringerung der Rohbauwagenkastenmasse, die der Differenzialbauweise von Aluminiumwagenkästen nahekommt.

In einem ersten Schritt werden ZFD-Profile stoffschlüssig miteinander zu Außenblechen gefügt. Im zweiten Schritt werden die Außenbleche durch Formschluss ähnlich dem Reißverschlussprinzip (zip fastening) mit den in einer Vorrichtung positionierten Gerippeträgern temporär fixiert, damit diese miteinander zu Seitenwand-, Stirnwand- und Dachsegmenten verschweißt werden können. Die temporäre Fixierung von Außenbeblechung und Gerippeträger für den Fügeprozess wird in der ZFD-Bauweise als Clip-System (ohne zusätzliche Spannelemente wie Kniehebelspanner o. ä.) realisiert. Anschließend erfolgt das Laserschneiden der Tür-, Fenster-, Dach- und sonstigen Ausbrüche sowie die Anbindung von Fensterrahmen, Türspanten, Voutenträgern etc. zur Fertigstellung der Seitenwand-, Dach- und Stirnwandmodule.

Grundlegend müssen jedoch die Struktureigenschaften des Wagenkastens in ZFD-Bauweise sowie das Aufnahmevermögen stoßartiger Belastungen im Schadensfall mindestens denen des Wagenkastens in konventioneller Differentialbauweise genügen.

3

Abbildung 2 zeigt den Wagenkastenrohbau in ZFD-Bauweise. Die Haupt- und Rastermaße entsprechen denen des konventionellen Modells. Durch den identischen Detaillierungsgrad des Wagenkastens in ZFD-Bauweise zum Wagenkasten in konventioneller Bauweise ist eine gute Vergleichbarkeit von Masse und Struktureigenschaften gewährleistet. In Voruntersuchungen, siehe 3, konnte bereits das Gesamtgewicht des Wagenkastens in ZFD-Bauweise in der dargestellten Modifikation um ca. 7 % reduziert

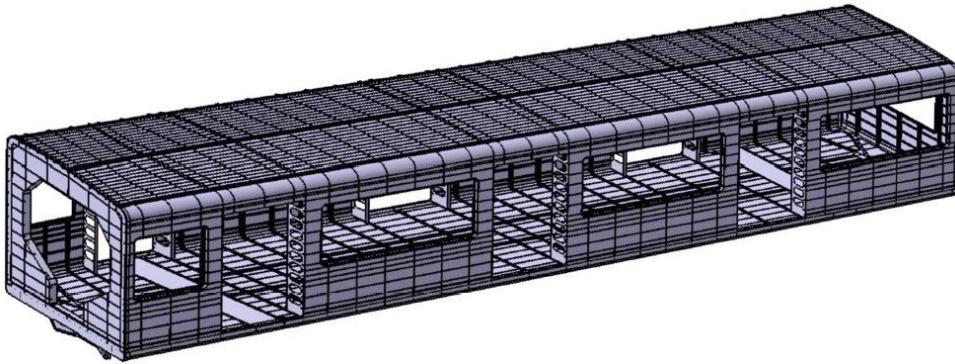


Abbildung 2: Wagenkastenrohbau in ZFD-Bauweise [3](#)

werden. Im Einzelnen betrachtet, wird das Potential der ZFD-Bauweise deutlicher, da das bei beiden Varianten identische Untergestell den größten Massenanteil hat. So sind bei der ZFD-Bauweise das Dach ca. 20 %, die Stirnwände jeweils 7 % bis 12 % und die Seitenwände jeweils ca. 11% leichter als bei der konventionellen Bauweise. Die Kostenreduktion durch Materialeinsparungen sowie die bereits genannten fertigungstechnischen Vorzüge sind wesentliche Vorteile bei der Herstellung von Wagenkästen mit dem ZFD-Prinzip. [3](#)

In [Abbildung 3](#) ist ein Detail der Seitenwand in ZFD-Bauweise dargestellt. Durch die Fertigung der Außenbeblechung aus mehreren, durchgängig verlaufenden ZFD-Profilen entfällt eine Vielzahl an Schweißnahtunterbrechungen in Längsrichtung gegenüber der konventionellen Differentialbauweise. Durch die Profilform der einzelnen ZFD-Profile wird dabei eine hohe Längssteifigkeit erreicht. Die Quersteifigkeit der Seitenwand wird hingegen durch Gerippeträger erzeugt, die wiederum aus zwei Einzelteilen, dem Steg und dem Gurt, durch Schweißen gefertigt werden. Die Abstände der integrierten Längsversteifungen der ZFD-Profile entsprechen in dieser Darstellung der konventionellen Bauweise. [3](#)

[Abbildung 4](#) zeigt die Detaildarstellung des Ausschnittes „B“ aus [Abbildung 3](#) und verdeutlicht das Prinzip der Selbstpositionierung von Gerippeträger und ZFD-Profil [6](#). Des Weiteren ist der Bereich der T-Stoß Schweißverbindung von Gerippeträger und ZFD-Profil angezeigt.

[Abbildung 5](#) zeigt aus der Richtung „C“ nach [Abbildung 4](#) im Bildabschnitt a) das prinzipielle Clip-System zur Selbstpositionierung von Gerippeträger und ZFD-Profil für den anschließenden Schweißprozess. Dabei ist die Aussparung so geartet, dass sie das Hohlprofil des ZFD-Profils geringfügig umschließt, um einen definierten Sitz zu ermöglichen und ein zufälliges Abheben zu verhindern. Die Auslegung dieses ZFD-

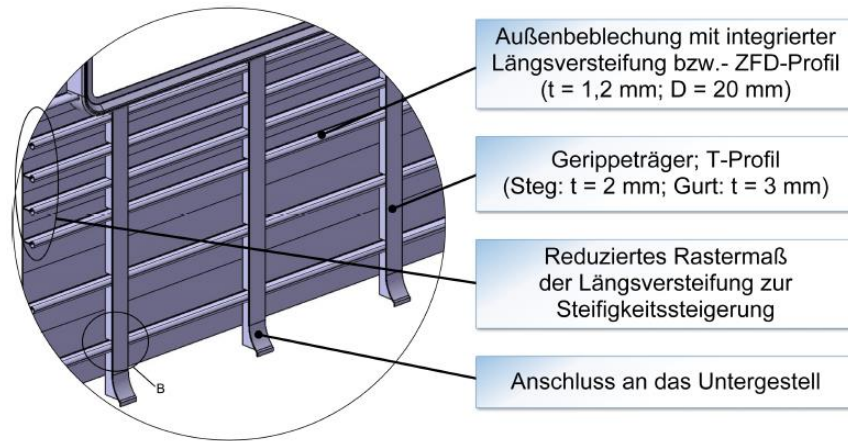


Abbildung 3: Detail der Seitenwand in ZFD-Bauweise

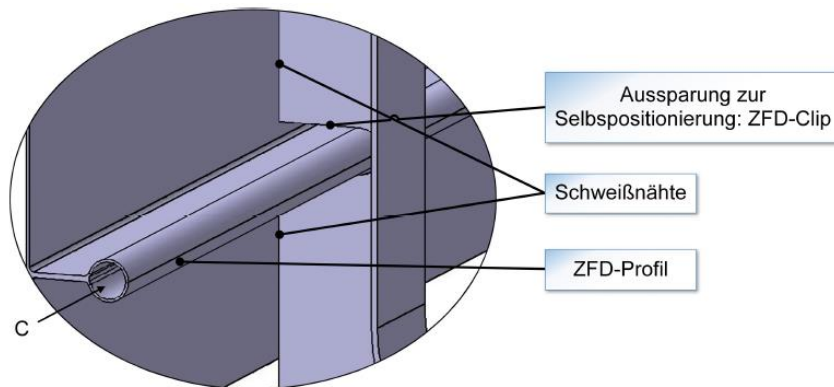


Abbildung 4: Detailausschnitt „B“ der Seitenwand in ZFD-Bauweise 3

Clip-Systems ist wesentlicher Bestandteil der folgenden Ausführungen. Der Bildbereich b) zeigt das prinzipielle ZFD-Profil, das durch Walzprofilieren aus einem Blechband hergestellt wird. Die angewendeten Biegeradien entsprechen den Vorgaben der DIN 6935, die Mindestbiegeradien für Flacherzeugnisse aus Stahl in Abhängigkeit der Materialstärke und dem Werkstoff angibt. Der mit einem Oval markierte Bereich zeigt den Steg des ZFD-Profiles. Der Spalt zwischen den beiden Stegflanken wird durch ein geeignetes Fügeverfahren stoffschlüssig geschlossen. Dadurch wird die Stabilität des ZFD-Profiles gewährleistet und gleichzeitig verhindert, dass Flüssigkeit in den Spalt eindringen kann und Korrosion hervorruft. [DIN 6935, DIN 65169, 3]

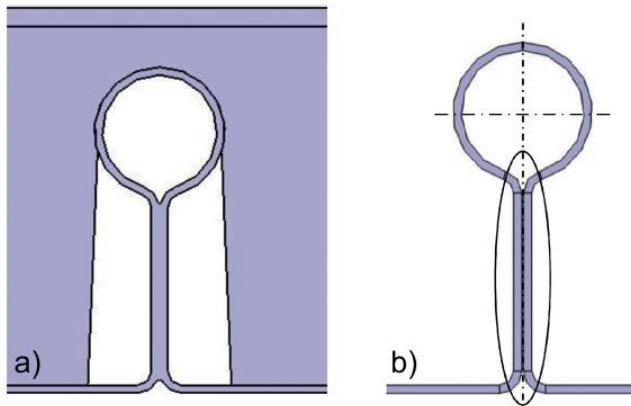


Abbildung 5: a) Prinzipieller Formschluss zwischen ZFD-Profil und Gerippeträger [3],  
b) ZFD-Profil

## 4 Werkstoff und Fertigungsverfahren

### 4.1 Werkstoff

Zur Herstellung des ZFD-Profiles und des Gerippeträgers wird ein warm gewalzter unlegierter Baustahl nach DIN EN 10025-1 mit der Materialbezeichnung prEN 10025-2 S355J2C+AR bzw. +N verwendet. Der ausgewiesene Werkstoff weist eine hohe Streckgrenze auf und zeichnet sich durch beste Schweißbarkeit aus. Nach EN 10027-1 ist S355J2C bei der weiteren Verarbeitung zum Abkanten, Walzprofilieren und Kaltziehen gut geeignet. Somit erfüllt das Material S355J2 die hier gestellten Anforderungen für hoch beanspruchte und kalt verformte Schweißteile.



## 4.2 Fertigungsverfahren

Das ZFD-Profil wird mit dem Fertigungsverfahren Walzprofilieren hergestellt. Beim Profilieren werden Blechbänder oder Platinen mit Hilfe von mehreren speziell geformten Walzen (Rollen) zu Profilen geformt. Die Formgebung wird kontinuierlich durch hintereinander angeordnete Walzenpaare realisiert. Die Grenzabmaße für das Walzprofilieren sind in DIN 10162 hinterlegt. Voruntersuchungen zeigen jedoch, dass deutlich geringere Grenzabmaße sowie zugeordnete Toleranzen bei der Fertigung des ZFD-Profils mit dem Werkstoff S355J2C+AR und einer Blechstärke von 1,2 mm erreicht werden können.

Da die meisten Wagenkästen eine von außen konvexe Form der Seitenwände und des Daches zur Maximierung des Fahrgastraumes aufweisen (siehe Abbildung [1](#)) und keine Einschränkungen in der Formgebung entstehen sollen, werden die Gerippeträgerstege durch Laserschneiden (aus 2 mm dicken Blechen) geschnitten. Anschließend wird der Gerippeträgersteg mit dem Gerippeträgergurt aus 3 mm dickem Blech zu einem T-Profil zusammengeschweißt (siehe Abbildung [3](#)).

## 5 Auswahl eines geeigneten ZFD-Systems

### 5.1 Anforderungen und Restriktionen

Bei der Entwicklung eines geeigneten ZFD-Systems ist auf eine möglichst optimale Ausnutzung der Werkstoffeigenschaften des verwendeten Baustahls S355J2C zu achten. Aufgrund der hochdynamisch beanspruchten Seitenwand eines Wagenkastens im Betriebsfall ist eine kerbarme Konstruktionsweise anzuwenden, um die Dauerfestigkeit bei minimaler ZFD-Profil-Blechstärke zu gewährleisten. In diesem Zusammenhang ist weiterhin zu berücksichtigen, dass das ZFD-Profil nach dem Walzprofilieren keinem Hochtemperaturprozess ausgesetzt wird, der eine Rekristallisation des Materialgefüges und damit eine Festigkeitsabnahme hervorruft.

Die Herausforderung der Integration eines Selbstfixierungssystems für die Vormontage von ZFD-Profil-Außenbeblechung und Gerippeträgern zum anschließenden Verschweißen ist, dass die Werkstoffeigenschaften des S355J2C Baustahls ungünstige Voraussetzungen für die Realisierung eines rein elastischen Selbstfixierungssystems, gegenüber z. B. eines Federstahls mit deutlich höherer Fließgrenze, haben. Durch das eher geringe elastische Potenzial des S355J2C Baustahls müssen die elastischen Werkstoffeigenschaften voll ausgenutzt und vermutlich überschritten werden, um eine Selbstfixierung zu erreichen. Dabei gilt es, die auftretenden plastischen Verformungen möglichst gering zu halten, so dass keine Beeinträchtigung der Gesamtstruktur des ZFD-Systems daraus hervorgehen kann. Des Weiteren soll die Gesamtstruktur durch die Integration des Selbstfixierungssystems, insbesondere durch die Aussparung im

Tabelle 3: Auslegungsparameter für das ZFD-System

Benennung	Größe
Max. Fügekraft ZFD-Profil mit Gerippeträger	$F_f < 30 \text{ N}$ (pro Profilstoß)
Min. Haltekraft ZFD-Profil mit Gerippeträger	$30 \text{ N} \leq F_h \leq 100 \text{ N}$ (pro Profilstoß)
Spaltmaß zwischen ZFD-Außenbeblechung und Gerippeträger-Steg	$\leq 0,2 \text{ mm}$
Spaltmaß zwischen ZFD-Hohlprofil und Gerippeträger-Aussparung	$\leq 0,5 \text{ mm}$
Toleranzfeld Abmessungen ZFD-Profil	$\pm 0,2 \text{ mm}$ (durch Rollprofilierung kaltgeformtes Profil)
Toleranzfeld Abmessungen Gerippeträger	nach DIN EN ISO 9013:2014-12 bzw. $\pm 0,2 \text{ mm}$
Blechdicke Gerippeträger-Steg	2 mm
Blechdicke Gerippeträger-Gurt	3 mm
Gurtbreite Gerippeträger	60 mm
Gesamthöhe Gerippeträger	60 mm
Blechdicke ZFD-Profil	1,2 mm
ZFD- Hohlprofildurchmesser	$20 \text{ mm} \leq D \leq 30 \text{ mm}$
ZFD-Profilhöhe	50 mm

Gerippeträger, für die Aufnahme des ZFD-Profils möglichst wenig geschwächt werden (siehe Abbildung 4).

Damit die Konstruktion eines Wagenkastens in ZFD-Bauweise eine möglichst hohe Lebensdauer aufweist, muss sichergestellt werden, dass der Wagenkasten dauerhaft ausgelegt ist und eine lückenlose Beschichtung der miteinander gefügten Bauteile mit einem geeigneten Korrosionsschutzmittel möglich ist.

In Tabelle 3 sind die Auslegungsparameter für das ZFD-System gelistet.

## 5.2 Ausgangssituation und Lösungsprozess

Als strukturierende Methode für die konstruktive Auslegung eines ZFD-Systems wird der allgemeine Lösungsprozess nach Pahl/Beitz 4 verwendet. Abbildung 6 zeigt das abgeleitete Vorgehen im Rahmen dieser Arbeit.

Im Ergebnis des ZFD-Prinzips wird eine Selbstpositionierung bzw. Selbstfixierung



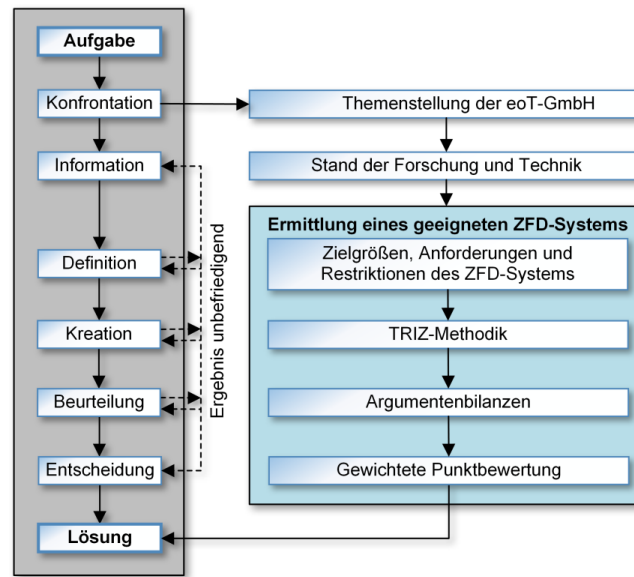


Abbildung 6: Lösungsprozess und Vorgehensweise der konstruktiven Auslegung des ZFD-Systems

von ZFD-Profil-Außenblechung und Gerippeträger zur Positionierung für den Fügeprozess ohne zusätzlichen Vorrichtungsaufwand angestrebt. Dafür soll die aus einzelnen ZFD-Profilstreifen bereits zusammengeschweißte Außenblechung mit den in einer Vorrichtung positionierten Gerippeträgern so miteinander verbunden werden, dass der T-Stoß-Fügespalt zwischen ZFD-Profil-Außenblechung und Gerippeträger ausreichend klein ist, damit im Folgeprozess die Außenblechung mit dem Gerippeträger durch Laserschweißen stoffschlüssig verbunden werden kann (siehe Abbildung 4). Diese Selbstfixierung ist besonders wichtig, wenn der zu fertigende Wagenkasten eine gewölbte Außenblechung aufweist, was zumindest im Dachbereich der Fall sein wird. Ein selbständiges Abheben der Außenblechung von den Gerippeträgern wird somit vermieden. Nach dem Verschweißen von ZFD-Außenblechung und Gerippeträger soll sichergestellt werden, dass das ZFD-System keinen Einfluss mehr auf die Gesamtstruktur des Wagenkastenrohbaus hat. Daraus resultiert, dass der Gerippeträger und das ZFD-Hohlprofil im gefügten Endzustand durch einen Luftspalt getrennt sind, damit bei etwaigen Relativbewegungen keine störenden Geräusche entstehen und zudem eine lückenlose Beschichtung der Außenblechung sowie der Gerippeträger mit einem geeigneten Korrosionsschutz ermöglicht wird.

Als Grundlage der ZFD-System-Gestaltung wird das in 3 erarbeitete ZFD-Clip-System (siehe Abbildung 7), bei dem die Elastizität des ZFD-Hohlprofils ausgenutzt

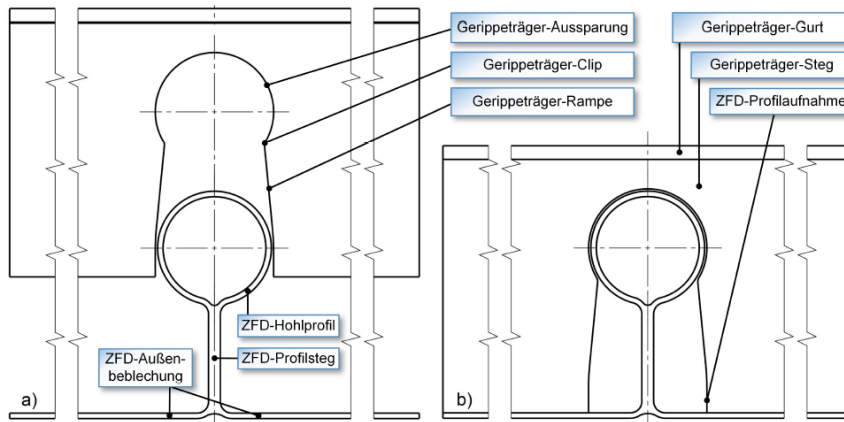


Abbildung 7: Prinzipiell geeignetes ZFD-Clip-System, a) Geöffneter Clip-Formschluss, b) Geschlossener Clip-Formschluss

wird, verwendet. Durch ein Übermaß der Gerippeträger-Aussparung im Bezug zum ZFD-Hohlprofil Durchmesser soll eine Schnappverbindung realisiert werden.

### 5.3 TRIZ-Methodik zur Überwindung des technischen Widerspruchs

Nach den in Tabelle 3 dargestellten Zielvorgaben ist das ZFD-System so auszulegen, dass die benötigte Fügekraft  $F_f$ , um die Selbstpositionierung zu erreichen, kleiner 30 N sein soll, damit dieser Fertigungsschritt von Hand durchgeführt werden kann. Zudem soll die Mindesthaltekraft  $F_h$  im Bereich von 30 N bis 100 N liegen, damit die gesamte Seitenwand im vorfixierten Zustand gegebenenfalls gewendet werden kann, ohne dass sich die Verbindung zur Positionierung löst.

Diese ZFD-System-Zielgrößen der Füge- und Haltekraft führen zu einem technischen Widerspruch:

- Einerseits soll eine möglichst geringe Fügekraft  $F_f$  bei einer möglichst geringen plastischen Verformung der Gesamtstruktur gewährleistet werden, was zu einem ZFD-Clip-System mit einem möglichst kleinen Clip führt.
- Auf der anderen Seite wird eine große Haltekraft  $F_h$  benötigt, was zu einem ZFD-Clip-System mit einem möglichst großen Clip führt.

Zur Überwindung dieses technischen Widerspruchs ist die Anwendung der Methodik des „erfinderischen Problemlösens“ TRIZ nach G. S. Altschuller [1] geeignet. Hauptmerkmal der Problemlösung mit der TRIZ-Methodik ist das Formulieren, Verstärken und Überwinden technischer und physikalischer Widersprüche in technischen

Systemen. Im Gegensatz zu den gebräuchlichen Varianten des „Versuch-und-Irrtum“-Lösungsverfahren, berücksichtigt die TRIZ-Methode empirisch ermittelte Entwicklungsgesetze technischer Systeme und ermöglicht daher eine gezielte Suche nach Problemlösungen. Grundlage für diese Entwicklungsgesetze bildete eine umfangreiche Analyse von Patenten. [7]

Die Überwindung technischer Widersprüche kann laut Livotov und Petrov [7] mit der TRIZ-Methodik, durch die Anwendung von 39 technischen Parametern, 40 innovativen Grundprinzipien und der Widerspruchstabelle, ermöglicht werden. Eine vollständige Darstellung der benötigten Parameter und Prinzipien ist in [1, 4] dargelegt. Für die Suche nach passenden Lösungsprinzipien wird in folgenden Schritten vorgegangen: [7]

1. Formulierung eines technischen Widerspruchs mit Hilfe der 39 Eingangsparameter
2. Auswahl einer zu verändernden bzw. zu verbessernden Eigenschaft aus der Liste der 39 Parameter
3. Auswahl einer oder mehrerer Eigenschaften aus der Liste der 39 Parameter, die sich bei der Verbesserung der zuvor ausgewählten Eigenschaft verschlechtern
4. Ermittlung von bis zu vier Lösungsprinzipien mithilfe der Widerspruchstabelle
5. Wiederholung der Schritte 2 bis 4, falls mehrere Widersprüche formuliert werden
6. Vertauschen der Reihenfolge der in den Schritten 2 und 3 eingegebenen Parameter, wenn ein zweiter (invertierter) technischer Widerspruch aus dem ersten Widerspruch abgeleitet wird
7. Auswahl der Prinzipien, die mehrmals bzw. am häufigsten von der Tabelle vorgeschlagen werden
8. Entwicklung neuer Lösungskonzepte durch Kombination der vorgeschlagenen Lösungsprinzipien und davon abgeleiteter Ideen

Für die Eingangsparameter wird für den bereits formulierten technischen Widerspruch die Eigenschaft „Kraft“ als zu verbessernder Parameter und „Länge des beweglichen bzw. unbeweglichen Objekts“, dem Gerippeträgeraussparungsübermaß des ZFD-Clips, als sich verschlechternder Parameter ausgewählt. Die Formulierung der Auswahl lautet: „Je besser (größer) die Haltekraft sein soll, umso schlechter (größer) wird das Übermaß der Gerippeträgeraussparung“.

Die in der Widerspruchstabelle vorgeschlagenen Lösungsprinzipien (siehe [6]) mit den in [1] zugeordneten Nummern lauten:

4. Asymmetrie
9. Vorherige Gegenwirkung

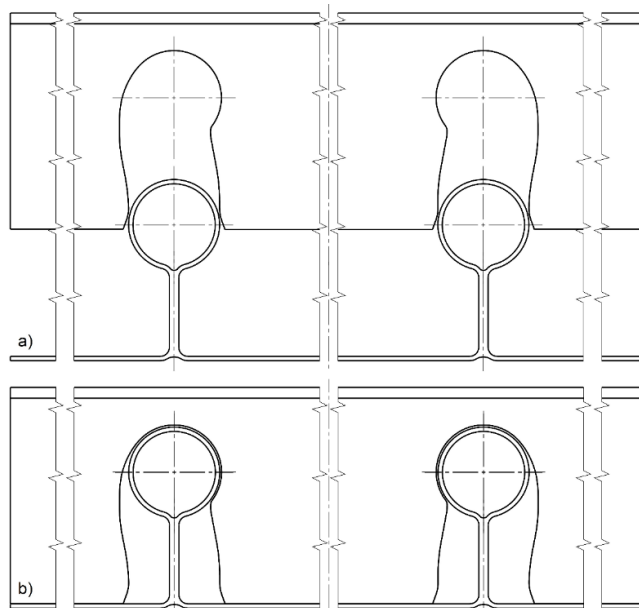


Abbildung 8: Asymmetrischer Biege-Formschluss des ZFD-Systems, a) Geöffneter Biege-Formschluss, b) Geschlossener Biege-Formschluss

- 10. Vorherige Wirkung
- 17. Übergang zu anderen Dimensionen
- 19. Periodische Wirkung
- 28. Ersetzen des mechanischen Systems
- 36. Anwendung der Phasenübergänge

Die vorgeschlagenen Lösungen Nr. 9, Nr. 19 sowie Nr. 36 können nicht sinnvoll auf das vorliegende ZFD-Clip-System übertragen werden.

Aus dem Lösungsprinzip Nr. 4 kann in Kombination mit den Lösungsprinzipien Nr. 17 und Nr. 28 die in Abbildung 8 dargestellte ZFD-System-Variante abgeleitet werden. Bei dieser sogenannten Biege-Formschluss-Variante wird die Haltekraft  $F_h$  durch die Ausnutzung der ZFD-Steg- und ZFD-Außenbeblechungs-Steifigkeit erzeugt. Dafür wird ein Dimensionsübergang vom lokalen ZFD-Clip-System zum globalen ZFD-Biege-System erzeugt, denn durch die asymmetrische Gerippeträgeraussparungskontur kann die Haltekraft  $F_h$  nur bei einer paarweise-gespiegelten Anordnung der Aussparungen aufgebaut werden. Zusätzlich wird das mechanische Clip-System durch ein mechanisches „Verspannungs“-System ersetzt.

Aus dem Lösungsprinzip Nr. 10 wird ein elastisches Vorspannen des Gerippeträgers abgeleitet, bei dem die Gerippeträgeraussparungen zum Fügen der ZFD-Außenbeblechung elastisch aufgeweitet werden, damit beim Fügen eine möglichst geringe Fügekraft  $F_f$  entsteht (siehe Abbildung 9). Dieses Lösungsprinzip stellt zwar

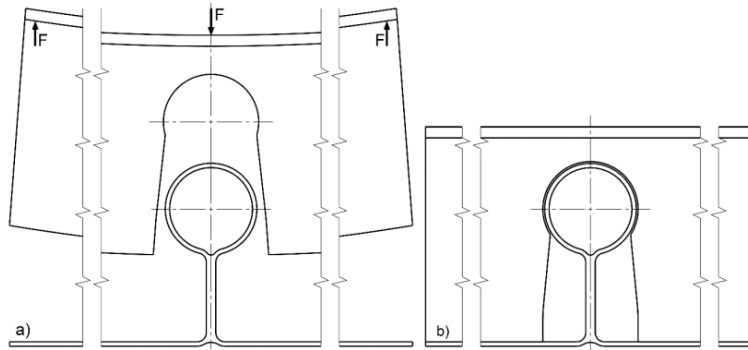


Abbildung 9: Zum Fügen elastisch vorgespannter Gerippeträger, a) Vorspannter Gerippeträger zum Fügen, b) Geschlossener Clip-Formschluss

keine geometrische Modifikation der in Abbildung 7 dargestellten Grundvariante des ZFD-Clip-Systems dar, kann aber als unterstützende Maßnahme in den Fügeprozess zur Selbstpositionierung integriert werden.

Durch das einfache Ersetzen des ZFD-Clip-Systems wird mit Hilfe des Lösungsprinzips Nr. 28 ein ZFD-Schnapp-System erarbeitet, welches die hohe Steifigkeit des Gerippeträgersteiges so anpassbar macht, dass das elastische Verhalten des ZFD-Hohlprofils für den Fügeprozess keine Rolle spielt. Abbildung 10 zeigt das ZFD-Schnapp-System, bei dem die gesamte für den Fügeprozess benötigte elastische Verformung durch die Elastizität der Schnapparme ermöglicht wird.

Die Vor- und Nachteile der identifizierten Lösungsprinzipien sind in Argumentenbilanzen (siehe 6) detailliert aufgeführt. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf der Grundlage der Argumentenbilanzen mit Hilfe einer Punktebewertung die Rangfolge für das geeignetste ZFD-System ermittelt. Das Vorgehen lässt sich in sechs Schritte gliedern:

1. *Bewertungskriterien festlegen:* Haltekraft, wirtschaftliche Herstellung, Gerippeträger-Stabilität, Korrosionsschutzhaltbarkeit, Zugänglichkeit für den Korrosionsschutz, Fügekraft, elastische Verformungen, Toleranzen
2. *Gewichtung der Bewertungskriterien bestimmen:* „2“ sehr wichtig, „1“ untergeordnetes Kriterium

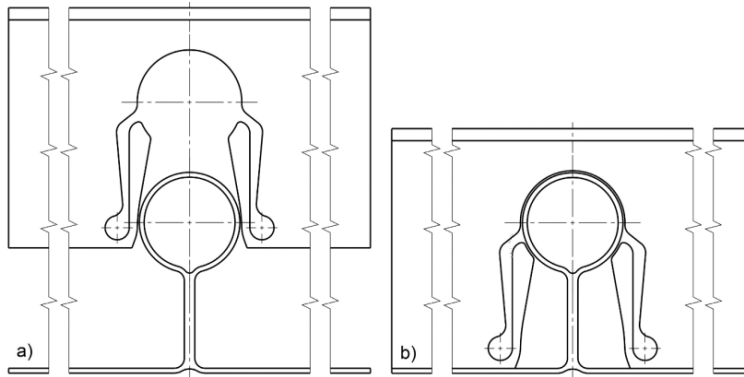


Abbildung 10: Elastischer Schnapp-Formschluss des ZFD-Systems, a) Geöffneter Schnapp-Formschluss, b) Geschlossener Schnapp-Formschluss

3. *Eigenschaften der Varianten beschreiben:* qualitative Eigenschaften herausarbeiten, siehe [6](#)
4. *Eigenschaften mit Punkten bewerten:* „3“ gut erfüllt, „2“ eher mäßig erfüllt, „1“ eher nicht erfüllt
5. *Punkte mit Gewichtung multiplizieren:* Berechnung von gewichteten Punktzahlen
6. *Aufsummieren der Resultate aus der Multiplikation von Kriteriengewichten mit den Punktzahlen für jede Variante:* Ermittlung der Rangfolge der einzelnen Varianten, siehe Tabelle [4](#)

Somit wird im Weiteren das in Abbildung [7](#) dargestellte ZFD-Clip-System als Grundlage für die konstruktive und strukturmechanische Auslegung der Selbstfixierung des ZFD-Systems verwendet.

## 6 Konstruktive und strukturmechanische Auslegung des ZFD-Systems

Um eine optimale geometrische Form für das ZFD-Clip-System zu erhalten, wird ein ZFD-Simulationsmodell entwickelt. Das elastische Potential spielt im Zusammenhang mit der Halte- und Fügekraft dabei eine entscheidende Rolle. Es wird das Vorgehen aus Abbildung [11](#) angewendet. Die numerischen Simulationen werden mit Hilfe der Methode der finiten Elemente durchgeführt und dienen der Abschätzung einer generellen Machbarkeit, der benötigten Fügekräfte sowie der beim Fügen entstehenden

Tabelle 4: Gewichtete Eigenschaftserfüllung der ZFD-Systeme

Bewertungskriterium	Gewichtung	Clip-System	Biege-System	Schnapp-System
Große Haltekraft	2	3	1	3
Wirtschaftliche Herstellung	2	3	3	2
Gerippträger-Stabilität	2	3	2	1
Korrosionsschutz-haltbarkeit	2	2	2	1
Zugänglichkeit für den Korrosionsschutz	1	3	3	2
Kleine Fügekraft	1	1	2	3
Elastische Verformungen	1	2	3	3
Große Toleranzen möglich	1	2	3	3
<b>Summenprodukt</b>		<b>30</b>	<b>27</b>	<b>25</b>

plastischen Verformungen unter Berücksichtigung der fertigungsüblichen Toleranzen. Es wird das FE-System ANSYS Workbench verwendet.

## 6.1 Voruntersuchungen

Zur Ermittlung geeigneter Simulationsparameter wurden verschiedene Untersuchungen hinsichtlich der Modellierung eines Schnappsystems durchgeführt. Eine ausführliche Darstellung ist in [6] gegeben.

Die Voruntersuchungen beinhalten unter anderem:

- Variationen der Geometrie zur Ermittlung des elastischen Potentials (unter Einhaltung der gesetzten Topologie)
- Berechnungen zum lokalen Verformungs- und Steifigkeitsverhalten in Verbindung mit der analytischen Beschreibung des Kontaktes von Zylinder und ebener Platte
- Analysen zur Netzfeinheit im Kontaktbereich in Verbindung mit der analytischen Lösung zur Hertz'schen Pressung
- Beschreibungen der fertigungsbedingten Toleranzfelder

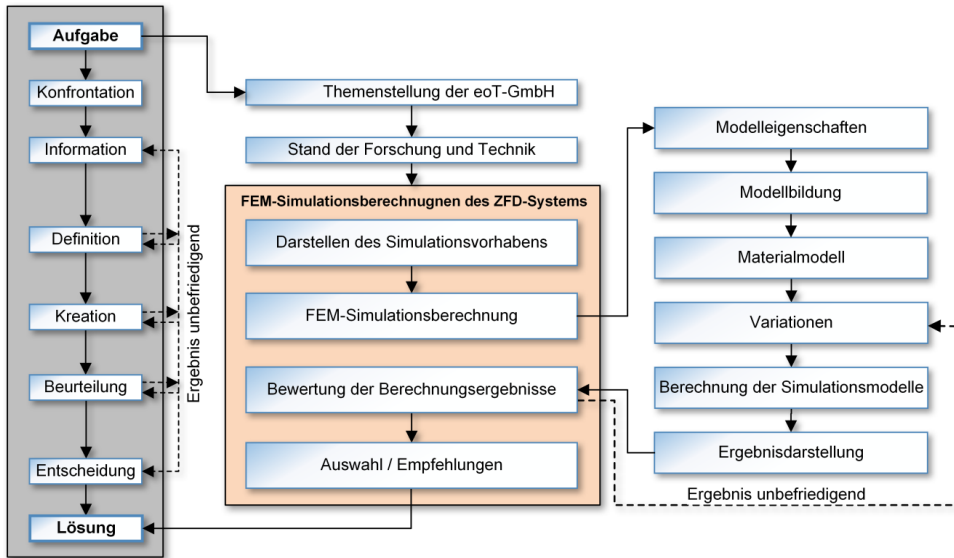


Abbildung 11: Lösungsprozess und Vorgehen für die FEM-Simulationsberechnungen

- Analytische und numerische Berechnungen von Schnappverbindungen unter Berücksichtigung und Variation der Vernetzung, Schrittweite und Reibungskoeffizienten

Im Vergleich zur ursprünglichen Geometrie (siehe Abbildung [7](#)) zeigte sich, dass eine reduzierte Spaltlänge zwischen den ZFD-Stegflanken (siehe Abbildung [12](#)) ein größeres elastisches Potential sowie einen technologischen Vorteil beim Fügen der Stegflanken hat.

## 6.2 Vorgehensweise

Abbildung [12](#) zeigt das Prinzip des ZFD-Clip-Simulationsmodells. Dabei wird in der Ausgangsstellung der Gerippeträger so positioniert, dass die Gerippeträger-Rampe gerade das ZFD-Hohlprofil berührt (a). Zur Abschätzung der Fügekraft  $F_f$  wird in mehreren Schritten der Fügeprozess simuliert (b). Die resultierende Haltekraft  $F_h$  wird durch das anschließende Auseinanderziehen von Gerippeträger und ZFD-Profil ermittelt (c).

Ziel der konstruktiven und numerischen Untersuchungen ist es, die geometrischen Parameter des ZFD-Clip-Systems zu identifizieren bei denen, unter Berücksichtigung der festgelegten Toleranzfelder, die maximale Fügekraft  $F_f = 30 \text{ N}$  nicht überschritten sowie die Mindesthaltekraft  $F_h = 30 \text{ N}$  nicht unterschritten wird.



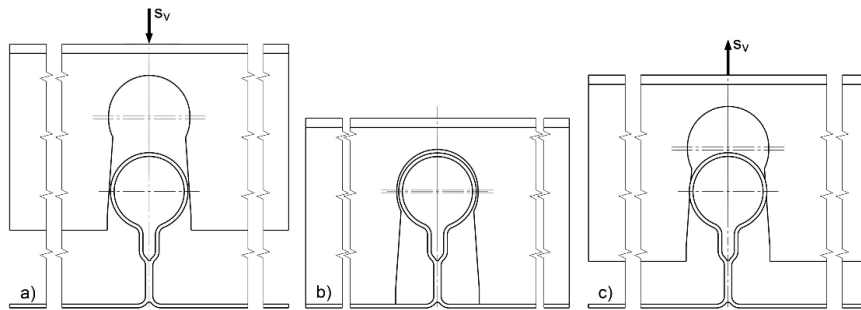


Abbildung 12: Vorgehensweise der numerischen ZFD-Clip-System-Simulation, a) Ausgangsstellung, b) Gefügter Zustand, c) Endstellung

### 6.3 Modellbildung und Randbedingungen

Die Ausgangsbedingungen für das numerische ZFD-Simulationsmodell werden wie folgt festgelegt [6]:

- Statisch-mechanische Mehrschrittanalyse, Schrittweite 0,1 mm
- Vernachlässigung von dynamischen Effekten
- 3D-Modell, Ausnutzung der Symmetrie, z. T. zusätzliche Modellreduktionen
- Asymmetrischer Kontakt, Reibungskoeffizient  $\mu = 0,15$ , Augmented Lagrange-Verfahren [2], Elementgröße im Kontaktbereich 0,04 mm
- Elastisch-bilinear-plastisches Materialverhalten mit kinematischer Verfestigung

Da der Werkstoff während des Fügens (Ermittlung der Fügekräfte) und des anschließenden wieder Auseinanderziehens (Ermittlung der Haltekräfte) in unterschiedlichen Richtungen plastisch verformt wird, hat der Bauschinger-Effekt einen Einfluss auf die entstehenden Kräfte. Aus diesem Grund wird die kinematische Verfestigung gewählt. [6]

Zur Bestimmung der Randbedingungen des ZFD-Clip-Systems wird der Fügevorgang zur Selbstfixierung zunächst visualisiert. Abbildung [13] a) zeigt die zur Montage minimal benötigten Komponenten. Zur Vorbereitung des Fügevorgangs wird der Gerippeträger zur Positionierung in eine Montagevorrichtung eingelegt (b). Anschließend wird die ZFD-Außenbeblechung mit den Gerippeträgeraussparungen gefügt (c).

Der Gerippeträger liegt bei der Montage in einer sehr steifen Montagevorrichtung. Der Gerippeträger-Gurt kann somit im Simulationsmodell als unendlich steif angesehen werden. Die Lagerungs- und Symmetrierandbedingungen sind in Abbildung [14] dargestellt.

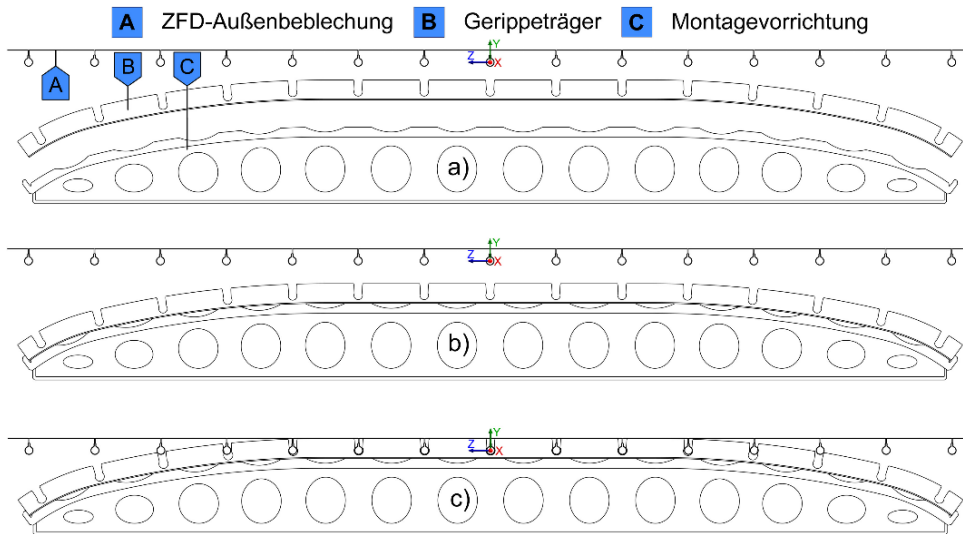


Abbildung 13: Montageprinzip des ZFD-Clip-Systems, a) ZFD-Komponenten und Montagevorrichtung, b) In Vorrichtung eingelegter Gerippeträger, c) Teilweise gefügte ZFD-Seitenwandmodul

#### 6.4 Variation des ZFD-Clip-Systems

Die zu variierenden Parameter des ZFD-Clip-Systems zur Einflussuntersuchung auf die Fügekraft  $F_f$  sowie der Haltekraft  $F_h$  sind (Bezeichnungen siehe Abbildung [7](#)):

- Rampenwinkel
- Rampenform (Absatz)
- Clip-Kanten Geometrie des Gerippeträgers

Für die Auswahl von geometrischen Modifikationen der Gerippeträger-Aussparungskontur sind Parameter zu bevorzugen, die einen möglichst kurzen Fügekraftweg bis zum Erreichen der Fügehöchstkraft ermöglichen und zudem eine möglichst geringe maximale Fügehöchstkraft erzeugen, damit so wenig Arbeit wie möglich bis zum Erreichen der Fügehöchstkraft aufgewendet werden muss.

Die Fügekraft wird bei kleiner werdendem Rampenwinkel ebenfalls kleiner, jedoch wächst in diesem Fall der Fügeweg. Die Haltekraft sowie die maximalen plastischen Verformungen sind nahezu konstant, siehe Abbildung [15](#).

Zur Reduzierung des Fügewegs wird die Rampenlänge, wie in Abbildung [16](#) dargestellt, auf 5 mm beschränkt. Der weitere Verlauf der Aussparung wird durch einen

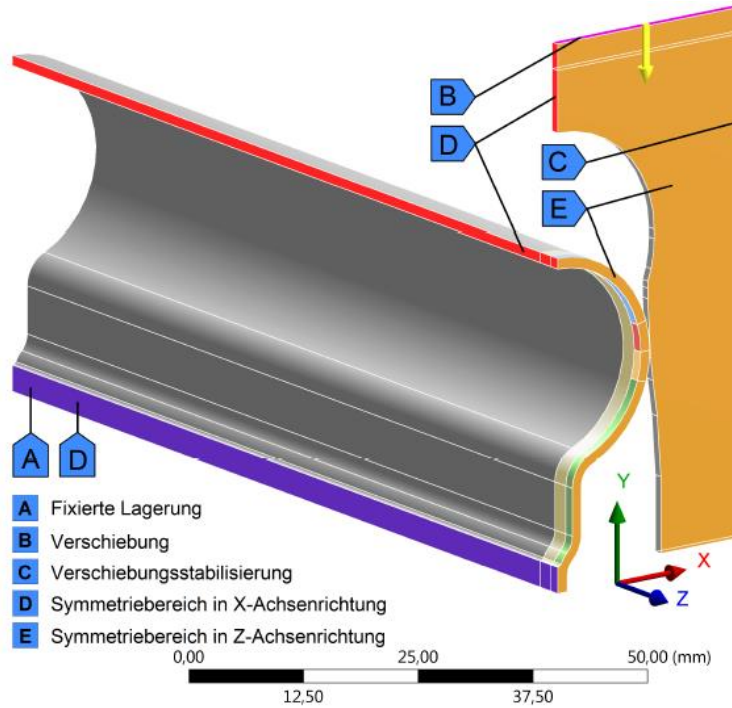


Abbildung 14: Lagerungs- und Symmetrierandbedingungen des ZFD-Clip-Simulationsmodells

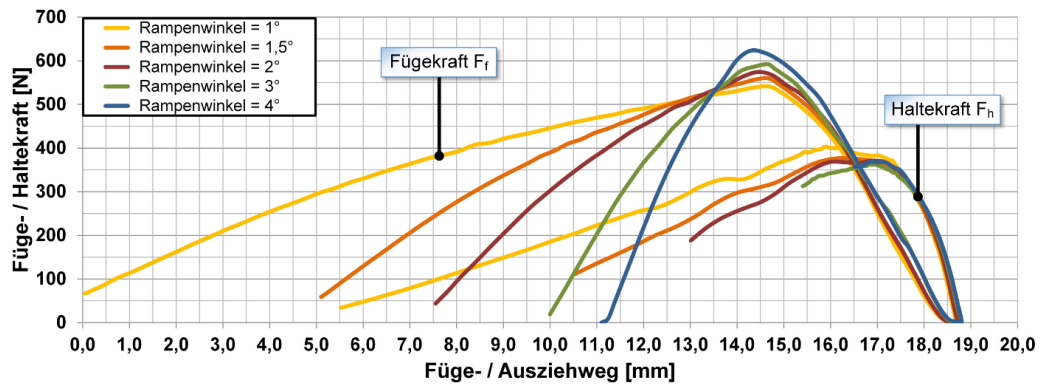


Abbildung 15: Einfluss des Rampenwinkels auf den Fügekraftverlauf des ZFD-Clip-Systems

Radius von  $R = 50$  mm abgesetzt. Dadurch wird die Breite der ZFD-Profilaufnahme geringfügig vergrößert, was in Verbindung mit der Fase im Eingangsbereich zu einer einfacheren „Einfädung“ beim tatsächlichen Fügeprozess führen soll.

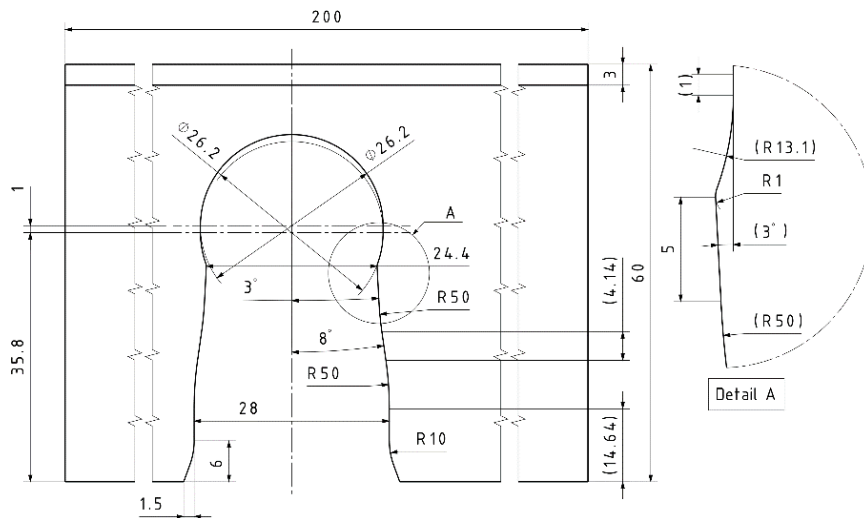


Abbildung 16: Skizze der abgesetzten Rampe des Gerippeträgers

Als Auswahl für das ZFD-Clip-System wird ein Rampenwinkel von  $3^\circ$  präferiert, da hierdurch die maximale Fügekraft bei einem relativ kurzen Fügeweg erreicht wird, ohne dass der anfängliche Fügeweg durch den Einfluss der abgesetzten Rampe in Verbindung mit kleineren Rampenwinkeln unnötig verlängert wird.

Zur Untersuchung der Clip-Kanten-Geometrie des Gerippeträgers werden drei unterschiedliche Kantentypen untersucht („rund“, „spitz“, „parallel“, siehe Abbildung 17).

Die Berechnungen der maximalen Fügekräfte zeigen, dass kaum Unterschiede bestehen. Bei der Parallelführung wird jedoch eine etwas höhere Haltekraft erreicht.

6

## 6.5 Numerische Simulation des ZFD-Clip-Systems

Aus den vorangestellten Untersuchungen resultieren folgende ZFD-Clip-System-Eigenschaften:

- ZFD-Profil mit reduzierter Steglänge, siehe Abbildung 12
- Gerippeträger-Rampenwinkel von  $3^\circ$  und abgesetzter Rampe

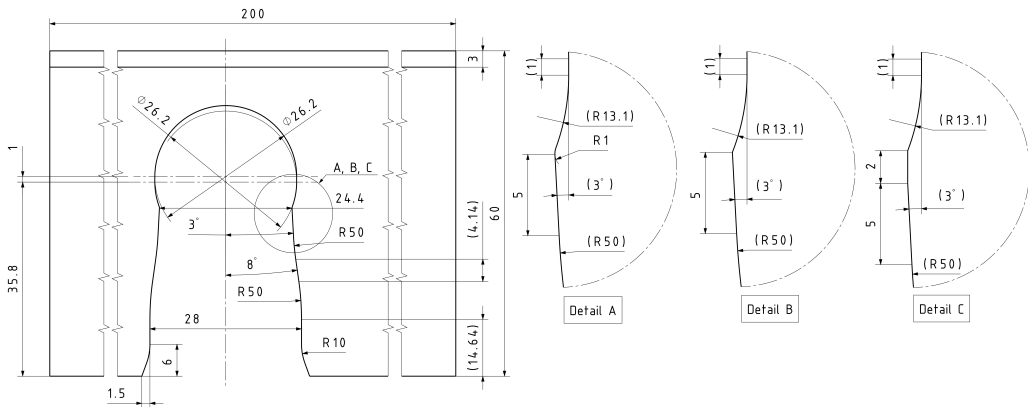


Abbildung 17: Skizze der zu untersuchenden Clip-Kanten-Typen, a) Abgerundete Kante, b) Scharfe Kante, c) Scharfe Kante mit Parallelführung

- Parallel geführte Clip-Kanten

Zur Untersuchung des ZFD-Clip-Systemverhaltens werden mit den ermittelten geometrischen Spezifikationen die fertigungsbedingten Grenzmaße (Höchst-, Nenn- und Mindestmaße) verwendet. Des Weiteren werden neben den zulässigen Mindestwerten der Materialkenngrößen auch die eher vorherrschenden Materialeigenschaften abgeschätzt und in der Simulation verwendet. Zugfestigkeit und Streckgrenze werden dazu um 145 MPa angehoben.

Abbildung 18 zeigt die Beträge der ermittelten Kraftverläufe des ZFD-Clip-Systems bei minimalen und maximalen Toleranzlagen sowie bei Nennmaßen. Des Weiteren ist der Einfluss der höheren Streckgrenze (H-S) bei den einzelnen Grenzmaßen abgebildet. Die Vorgabe der Toleranzfeldgrößen in Verbindung mit dem Konstruktionswerkstoff S355J2C bedingt eine sehr große Varianz der möglichen Fügekräfte  $F_f$  und Haltekräfte  $F_h$ . Der Fügeweg wird ebenfalls durch die unterschiedlichen Toleranzlagen stark beeinflusst, so dass sich ein Mindestweg von ca. 6 mm und ein maximaler Weg von ca. 11,5 mm ergibt. Ein „Einschnappen“ der Clip-Verbindung bei Überschreitung des Clip-Kanten-Totpunkts, also bei Überschreitung der maximalen ZFD-Hohlprofil-Kontraktion, ist nicht gegeben, da die ermittelte Kraft an der Verschiebungs-Randbedingung über den gesamten Fügeprozess keine Kraftrichtungs-umkehr erfährt.

Der vollständig abgeschlossene Fügeprozess wird in allen Simulationsmodellen bei einem Fügeweg von 13 mm erreicht. An dieser Stelle liegt die Gerippeträger-Steg-Unterkante bündig, d. h. mit einem Spaltmaß von 0 mm, an der ZFD-Außenblechung an und entspricht der Position mit optimalen Voraussetzungen für den

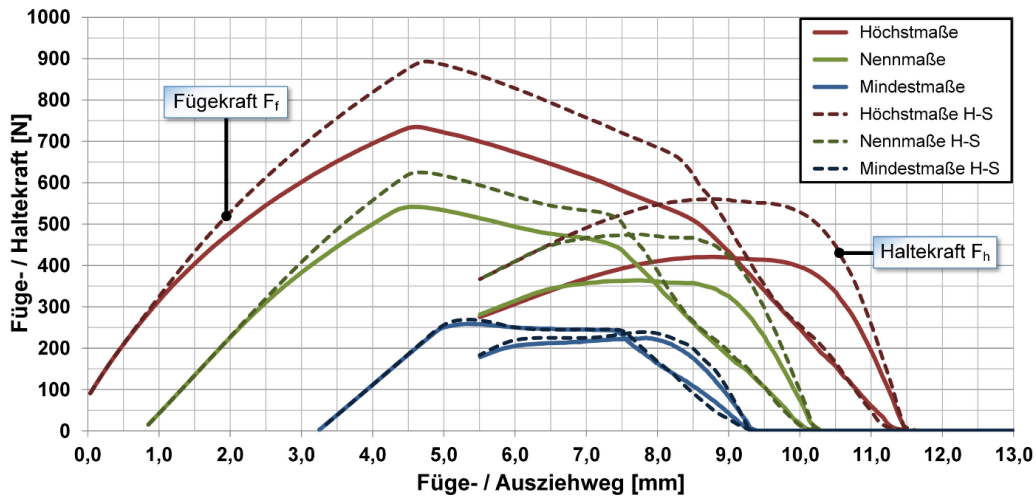


Abbildung 18: Kraftverläufe des ZFD-Clip-Systems bei Höchst-, Nenn- und Mindestmaßen sowie jeweils mit erhöhter Streckgrenze des Werkstoffes (H-S)

anschließenden Fügeprozess von Gerippeträger und ZFD-Profil. Da jedoch zwischen ZFD-Hohlprofil und Gerippeträger-Aussparung ein Mindestspalt von  $\geq 0,5$  mm zur Korrosionsschutzbeschichtung gefordert ist, kann durch die eingeschränkte Verschiebbarkeit des ZFD-Profils in Auszugsrichtung ein Spalt zwischen ZFD-Außenbeblechung und Gerippeträger-Steg-Unterkante entstehen. Der Abstand zwischen dem maximalen Fügeweg (13 mm) und dem jeweiligen Haltekraftbeginn zeigt im Rahmen der zulässigen Toleranzen die maximal möglichen Abstände von Gerippeträger-Steg-Unterkante und Außenbeblechung im selbstfixierten Zustand des entwickelten ZFD-Clip-Systems von 1,5 mm bis zu 3,75 mm.

Mit den festgelegten Toleranzen und den Mindestwerten der Materialkenngrößen ergibt sich ein Fügekraftbereich von ca.  $540_{(-280)}^{(+200)}$  N. Die erreichbaren Haltekräfte liegen in einem Bereich von ca.  $360_{(-135)}^{(+60)}$  N. Bleibende Verformungen aufgrund plastischen Materialverhaltens nehmen in radialer Richtung am Umfang des ZFD-Hohlprofils einen Wert von 0,22 mm an. [6]

Durch die Erhöhung der Streckgrenze (Abbildung 18, H-S) bleiben die geometrisch bedingten Größen des Fügewegs und des möglichen Spaltmaßes zwischen ZFD-Außenbeblechung und Gerippeträger-Steg-Unterkante erhalten. Der Kraftverlauf wird hingegen durch die erhöhte Streckgrenze, abhängig von der jeweiligen Toleranzlage, entsprechend verändert. Dadurch entsteht ein Anstieg der maximalen Fügekraft von über 20 % bei den Höchstmaßen des ZFD-Clip-Systems.

Die detaillierten Berechnungsergebnisse inklusive plastischer Deformationen und

Vergleichsspannungen sind in [6] aufgeführt.

## 6.6 Bewertung und Empfehlungen

Aus den Berechnungsergebnissen der FE-Simulationen folgt, dass das entwickelte ZFD-Clip-System grundsätzlich für die Realisierung einer Selbstfixierung von ZFD-Profil und Gerippeträger für den anschließenden Fügeprozess durch Laserschweißen zur Fertigung eines ZFD-Wandmoduls geeignet ist.

Die Resultate der berechneten Kräfte zeigen jedoch, dass die in Tabelle 3 dargestellten Zielgrößen des ZFD-Systems im Bezug zur Füge- und Haltekraft mit dem verwendeten Werkstoff, dem erarbeiteten Clip-System, den zu verwendenden Fertigungsverfahren und den ausgewählten Toleranzfeldgrößen technisch nicht erfüllbar sind. Die maximal aufzubringende Fügekraft  $F_f$  zum Erreichen der temporären Selbstfixierung für den anschließenden Fügeprozess von ZFD-Profil und Gerippeträger durch Laserschweißen ist unter Einbeziehung einer erhöhten Streckgrenze des S355J2C Baustahls mit ca. 900 N dreißigmal so groß wie die vorgegebene Zielgröße von maximal 30 N. Ebenso ist die überschlägig berechnete maximal benötigte Haltekraft von  $F_h = 100$  N für eine einzelne ZFD-Clip-Verbindung mit mindestens 225 N bei ZFD-System-Mindestmaßen mehr als doppelt so groß, wobei jedoch hier keine Nachteile zu erwarten sind.

Die berechneten maximalen Fügekräfte  $F_f$  bedingen unter Berücksichtigung einer vorausgesetzten Handkraft eine Montagevorrichtung zur Vormontage des ZFD-Systems. In [6] werden unterschiedliche Systeme für die Vormontage vorgestellt. In Abbildung 19 (Baugruppe G und H) ist eine mechanische Fügevorrichtung abgebildet.

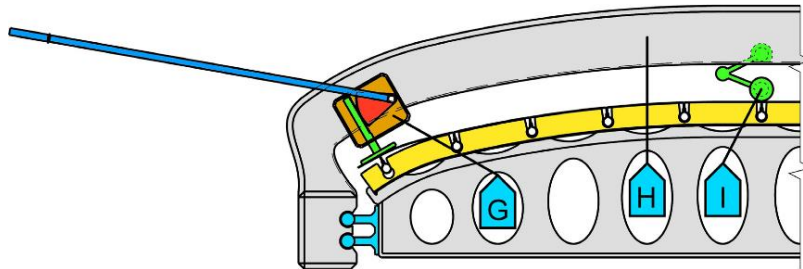


Abbildung 19: ZFD-Montagevorrichtung mit mechanischer Fügevorrichtung und Anpressrolle

Die resultierenden plastischen Verformungen, mit einem lokalen Maximum von 0,22 mm im Kontaktbereich, die bei der Berechnung des ZFD-Clip-Simulationsmodells mit Höchstmaßen entstehen, sind im Verhältnis zu den Gesamtabmessungen des ZFD-Hohlprofils sehr gering. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die globalen

Struktureigenschaften des ZFD-Hohlprofils durch die im Fügeprozess entstehenden Deformationen vernachlässigbar sind.

Durch die geometrischen Vorgaben und Toleranzfeldgrößen des ZFD-Clip-Systems ist eine eingeschränkte Verschiebbarkeit von ZFD-Profil und Gerippeträger im gefügten Zustand vorhanden und es entsteht ein mögliches Spaltmaß von 1,5 mm bis zu 3,75 mm zwischen ZFD-Außenbeblechung und Gerippeträger-Steg-Unterkante. Da dieser mögliche Abstand deutlich größer als das benötigte Spaltmaß von 0,0 bis 0,12 mm zum Laserschweißen der T-Stoß-Verbindung ist, muss der Fügeprozess mit einem Gegenhalter unterstützt werden, der den Schweißspalt minimiert. Dieser Gegenhalter kann in Form einer Rolle realisiert werden, die in geeigneter Weise dem Schweißprozess vorausgehend die ZFD-Außenbeblechung mit einem definierten Anpressdruck auf die in einer Vorrichtung positionierten Gerippeträger drückt (Abbildung 19, Baugruppe I).

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein neuartiges Konstruktionsprinzip für die Herstellung von Schienenwagenkästen in Stahlbauweise vorgestellt. Mit diesem Verfahren können verschiedene Nachteile gegenüber der Aluminiumbauweise überwunden werden. Die Anwendung des Zip Fastening Design (ZFD)-Konstruktionsprinzips ermöglicht eine Selbstfixierung für den anschließenden Fügeprozess von ZFD-Profil und Gerippeträger zur Herstellung von entsprechenden Wandmodulen.

Mit der TRIZ-Methodik der „erfinderischen Problemlösung“ konnte eine grundlegende geometrische Form gefunden werden, mit der die höchste Übereinstimmung auf der Basis der Anforderungen erreicht wird. Zur Identifikation eines geeigneten ZFD-Profils für das ZFD-Clip-System wurde eine Parameterstudie mit Hilfe eines FEM-Modells durchgeführt, mit der das elastische Potenzial der ZFD-Profile ermittelt wurde.

Mit der finalen Geometrie, den Grenztoleranzen und Materialeigenschaften sind schließlich die Füge- und Haltekräfte berechnet worden. Es zeigte sich, dass unter den gegebenen Voraussetzungen ein System zur Vormontage erforderlich ist, um die ZFD-Profile zu fügen und zu positionieren.

Zukünftige Arbeiten behandeln wichtige Aspekte für die Herstellung und Betriebstauglichkeit von Wagenkästen in ZFD-Bauweise. Reale Belastungstests sowie Betriebsfestigkeitsanalysen mit einer entsprechenden Aussage zur Lebensdauer sind durchzuführen. Des Weiteren ist ein geeignetes Verfahren zur stoffschlüssigen Verbindung der ZFD-Profil-Stegflanken zu bestimmen.



## Literatur

- [1] G. S. Altschuller. *Erfinden – Wege zur Lösung technischer Probleme*. Hrsg. von M. Möhrle. Limitierter Nachdruck der 2. Cottbus: PI – Planung und Innovation, 1998.
- [2] ANSYS, Inc. *Mechanical User's Guide. Release 15.0*. ANSYS, Inc., Southpointe, 2600 ANSYS Drive, Canonsburg, PA 15317, USA, 2013.
- [3] E. Begerack. *Bewertung und Optimierung des ZFD-Profiles für die Entwicklung eines neuen Rohbaukonzeptes im Schienenfahrzeugbau*. Master-Thesis, Beuth Hochschule für Technik Berlin, Fachbereich VIII. 2016.
- [4] J. Feldhusen und K. H. Grote. *Pahl/Beitz Konstruktionslehre. Methoden und Anwendung erfolgreicher Produktentwicklung*. 8. Springer-Verlag, Berlin, 2013.
- [5] J. Janicki, H. Reinhard und M. Ruffer. *Schienenfahrzeugtechnik*. 3. DB-Fachbuch, BFV Bahn-Fachverlag, Berlin, 2013.
- [6] J. Kotter. *Konstruktive und Strukturmechanische Auslegung der Selbstfixierung (ZFD-Clip) und Entwicklung eines Verfahrens zur Vormontage der ZFD-Wandmodule*. Master-Thesis, Beuth Hochschule für Technik Berlin, Fachbereich VIII. 2017.
- [7] P. Livotov und V. Petrov. *TRIZ Innovationstechnologie. Produktentwicklung und Problemlösung, Handbuch*. TriS Europe Innovation Academy, Berlin, 2012.
- [8] W. Trommeshauser. *engineering office Trommeshauser GmbH. Bewerten Optimieren Konstruieren*. 2018. URL: <http://www.eotonline.de/>.

# Anwendung Laser-Optischer-Messverfahren zur Validierung und Kalibrierung von numerischen Berechnungsverfahren für Strömungssimulationen

Andreas Swienty<sup>\*</sup>, Sabine Przybilla<sup>\*\*</sup> und Joachim Villwock<sup>\*\*\*</sup>

Beuth Hochschule für Technik Berlin, Luxemburger Str. 10,  
13353 Berlin

## Zusammenfassung

Zur Validierung von numerischen Simulationsergebnissen werden experimentelle Vergleichsdaten benötigt. Ziel der Arbeit war es, Strömungen um einfache Geometrien in einen quadratischen Kanal mit dem PIV-Messverfahren zu untersuchen. Durch die Verwendung einer Stufe, eines umströmten Hohlraums und einer Blende ist die Übertragung der Geometrien in ein digitales Model simpel durchzuführen. Des Weiteren ist die mechanische Fertigung und Ausrichtung der Körper im Versuchskanal zuverlässig reproduzierbar. Ungewollte Sekundärströmungen, Luftblasenbildung und weitere Effekte können bei den einfachen Geometrien leicht erkannt und entgegengewirkt werden.

Die Messungen wurden an einer Ringleitung zur Untersuchung von Strömungsprofilen des Fachgebiets für Fluidsystemdynamik der TU Berlin durchgeführt. Verwendet wurde ein PIV-System mit einem Doppelpulslaser, einer CCD-Kamera mit einem 35mm Objektiv und einer Lichtschnittoptik sowie einem Synchronisator.

---

\* Andreas.Swienty@beuth-hochschule.de

\*\* Sabine.Przybilla@beuth-hochschule.de

\*\*\* villwock@beuth-hochschule.de

Als Ergebnis entstanden drei gemessene Strömungsprofile bei der Umströmung der Geometrien bei einer Reynoldszahl von 5.000. Es sind geometriebedingte Ablösungen der Strömung zu erkennen. Gepaart mit Wirbeln in den Rückströmbereichen der Strömung entsprechen die Ergebnisse den Erwartungen.

In zukünftigen Arbeiten werden die Strömung durch die Störgeometrien mit der SPH Methode berechnet. Über einen Vergleich der experimentellen Messungen mit den numerischen Simulationsergebnissen wird die Güte der Simulationsmethode und des Programms bewertet.

*Schlüsselwörter:* Particle Image Velocimetry PIV, CFD, SPH

## **Abstract**

For the validation of numerical simulation results experimental comparative data are required. The aim of the work was to examine fluid flows around simple geometries in a quadratic channel using the PIV measurement method. The use of a step, a cavity and an orifice makes it easy to transfer the geometries to a digital model. Furthermore, the mechanical production and alignment of the geometries in the test channel is reliably reproducible. Due to the simple geometries unwanted secondary flows, bubble formation and other effects can easily be detected and counteracted.

The measurements were carried out on circular pipeline test rig for the investigation of flow profiles of the Department of Fluid Systems Dynamics at TU Berlin. A PIV system with a double pulse laser from New Wave Research Inc, a CCD camera from PCO AG with a 35 mm Nikon objective and a sheet optic as well as a synchronizer from Intelligence Laser Applications (ILA) GmbH was used. As a result, three flow profiles were measured of a flow around the geometries at a Reynolds number of 5,000. Due to the geometries there are separations of the flow to recognize. Coupled with vortices in the backflow regions of the flow, the results are in line with expectations.

In future work, the flow through the disturbing geometries will be calculated using the SPH method. The quality of the simulation method and the program are evaluated by comparing the experimental measurements with the numerical simulation results.

*Keywords:* Particle Image Velocimetry PIV, CFD, SPH

## 1 Einleitung

Die numerische Strömungssimulation ist ein bedeutender Bestandteil in der technischen Entwicklung von Produkten. Es können Strömungen in kleinsten Kanälen bis hin zu Umströmungen von ganzen Gebäuden berechnet werden. Neben der Information über die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung kann eine Aussage über eine große Vielzahl an weiteren Größen, wie z.B. auftretenden Kräften auf Körpern, Stoffkonzentrationen und Temperaturverteilungen, getroffen werden. Der Berechnung dieser Größen liegen unterschiedliche Modellierungen der realen Physik zugrunde. Diese stützen sich üblicherweise auf den Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie. Diese Gleichungen werden mit numerischen Methoden gelöst, um die Verteilung und Ausprägung der Größen zu erhalten. In diesen Modellen werden in einigen Fällen Annahmen und Modellkonstanten zur Vereinfachung der meist gekoppelten Differenzialgleichungen getroffen. Dies ist notwendig, da die Berechnung der Strömung mit einer nahezu frei von Annahmen entworfener Modellierung, selbst mit modernster Computer Hardware, sehr zeitintensiv ist.

Es ist von besonderer Bedeutung, dass die entwickelten Modellierungsansätze und die darauf verbundene numerische Umsetzung in Experimenten validiert werden. Dazu werden Experimente aufgebaut, bei denen die Randbedingungen klar definiert und einfach kontrollierbar sind. Zusätzlich wird die korrekte Größe der Modellkonstanten in der Regel anhand von experimentellen Ergebnissen bestimmt.

Der vorgegebene Wert für den Massenstrom bzw. den Volumenstrom wird bei einer inkompressiblen Strömungssimulation z.B. mit der Finiten-Volumen-Methode bedingungslos eingehalten. Hingegen sind die Ergebnisse für die ortsabhängige Strömungsgeschwindigkeitsverteilung von der verwendeten Modellierung und dem numerischen Rechenverfahren abhängig. Die Ergebnisse aus einer Strömungssimulation mit einem zeitlich gemittelten Verfahren und einer Berechnung großer turbulenter Wirbel unterscheidet sich in vielen Fällen von den Ergebnissen mit einem zeitlich aufgelöstem Verfahren mit einer Berechnung von auch kleineren turbulenten Wirbeln. [4]

Aus diesem Grund werden ortsabhängige Größen für die Validierung einer Berechnung herangezogen. Hier soll das relativ neuartige Particle Image Velocimetry (PIV) Verfahren zur Messung von Geschwindigkeitsverteilungen, welches der Pulsed Light Velocimetry (PLV) zugeordnet ist, vorgestellt werden.

## 2 Überblick PLV-Verfahren

Bei der Pulsed Light Velocimetry (PLV) handelt es sich um eine Gruppe von Messverfahren zur Bestimmung von Geschwindigkeiten. Dabei werden nicht wie bei dem LDA-, PDA- oder L2F-Verfahren Geschwindigkeiten an diskreten Punkten, sondern

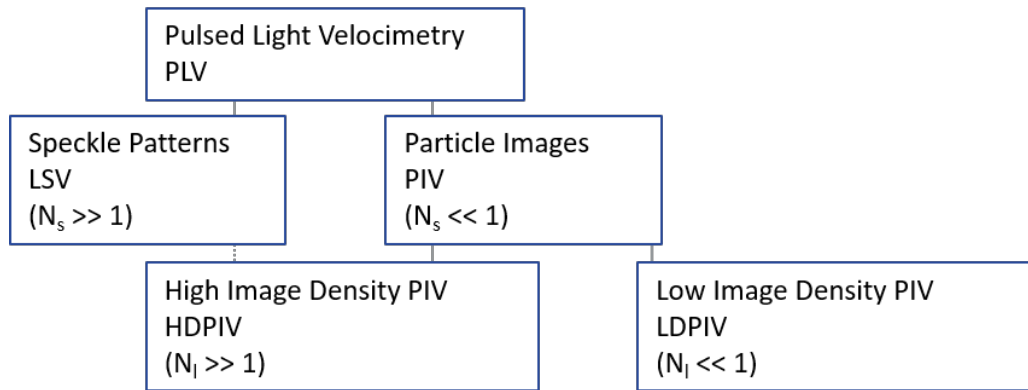


Abbildung 1: Unterteilung Pulsed Light Velocimetry (nach [1])

Geschwindigkeitsfelder in einem definierten Bereich gemessen [8]. Die Verfahren beruhen auf der Messung von „motion of small, marked regions of a fluid by observing the locations of the images of the markers at two or more times.“ [1]

Die PLV-Messverfahren werden nach [1] wie in Abbildung 1 gezeigt unterteilt und beschrieben. Für die Unterteilung der Verfahren definiert Adrian [1] die dimensionslosen Kenngrößen  $N_s$  und  $N_I$ .  $N_s$  beschreibt dabei die Partikelanzahl in einem zylindrischen Volumen, welches durch den Lichtschnitt der Dicke  $\Delta z_0$  und der Größe eines projizierten Partikels mit einem Durchmesser von  $d_P/M$  begrenzt wird.

$$N_s = C \cdot \Delta z_0 \cdot \frac{\pi \cdot d_p^2}{4 \cdot M^2} \quad (1)$$

Bei der Variable  $M$  handelt es sich um den Projektionsfaktor, durch den der optische Abbildungsfehler berücksichtigt wird, während  $C$  die Konzentration von Partikeln im Fluid ist. Liegen also zwei Partikel innerhalb des begrenzten zylindrischen Volumens, müssen ihre Bilder überlappen ( $N_s \gg 1$ ). Entsprechend dazu gibt  $N_I$  Auskunft über die Anzahl der Partikelabbildungen innerhalb einer Auswertzelle. Die Begrenzung ist der Laserlichtschnitt und ein Kreis mit dem Durchmesser  $\frac{d_i}{M}$ , welcher den Durchmesser einer in das Fluid zurückprojizierten Auswertzelle hat.

$$N_I = C \cdot \Delta z_0 \cdot \frac{\pi \cdot d_i^2}{4 \cdot M^2} \quad (2)$$

Wenn  $N_s \gg 1$  gilt, befinden sich mehrere Partikel innerhalb einer Auswertzelle.

Tabelle 1: Beschreibung PLV-Messverfahren.

---

<b>LSV</b>	Laser Speckle Velocimetry verwendet eine sehr hohe Teilchendichte, bei der die Abbildungen der Teilchen in der Bildebene überlappen ( $N_s \gg 1$ , $N_I \gg 1$ ). Die verschiedenen Phasen des Streulichts der Teilchen überlagern sich zu einem Fleckenmuster (Laser Speckle), welches sich mit der Strömung bewegt. Ausgewertet werden die aufgenommenen doppel- oder mehrfachbelichteten Bilder durch computergestützte Korrelationsalgorithmen oder optisch. Da es sich um eine Musterauswertung und nicht um eine Partikelauswertung handelt, ist die Ortsbestimmung sehr ungenau. [3]
<b>LDPIV</b>	Low-Image-Density PIV, oder auch Particle Tracking Velocimetry (PTV), verwendet eine sehr geringe Partikelanzahl, um ein Überlappen unwahrscheinlich zu machen ( $N_s \ll 1$ , $N_I \ll 1$ ). Durch die geringe Partikeldichte können einzelne Partikel sehr gut identifiziert und deren Bahnkurven sehr gut erfasst und ausgewertet werden. Ein Nachteil dieser Methode liegt in der geringeren Informationsdichte gegenüber Messverfahren, die eine höhere Partikeldichte verwenden.
<b>HDPIV</b>	High-Image-Density PIV arbeitet mit einer höheren Partikelkonzentration als Low-Image-Density PIV, jedoch mit einer geringeren als die Laser Speckle Velocimetry. Innerhalb einer Auswertzelle befinden sich mehrere Partikel ( $N_I \gg 1$ ), jedoch kommt es nicht zu Partikelüberlagerungen ( $N_s \ll 1$ ). Die Auswertung erfolgt nicht anhand der Verfolgung von Bahnkurven einzelner Partikel, sondern durch Korrelationsverfahren, die einen Geschwindigkeitsvektor für die Auswertzelle berechnen.

---

Aufgrund der aufgeführten Nachteile (vgl. Tabelle [1](#)) der Laser Speckle Velocimetry, der Particle Tracking Velocimetry und der enormen Entwicklung der Computertechnik in den letzten Jahrzehnten ist das High-Image-Density PIV-Verfahren das am meisten genutzte PLV-Verfahren. In den meisten Fällen ist daher bei der Verwendung des Ausdrucks PIV das Verfahren HDPIV gemeint [10](#). Auch in dieser Arbeit wurde eine Form des High-Image-Density PIV verwendet und wird im Folgenden als PIV bezeichnet.

### 3 Particle Image Velocimetry

Bei der Particle Image Velocimetry (PIV) handelt es sich um ein messtechnisches Verfahren zur Bestimmung von Geschwindigkeitsfeldern in Strömungen. Die Messung erfolgt berührungslos durch die Aufnahme von doppel- bzw. mehrfachbelichteter Einzelaufnahmen oder der Aufnahme mehrerer zeitlich aufeinanderfolgender Bilder. Die Messebene wird dabei durch einen Laserlichtschnitt definiert und die dem Fluid zugefügten Tracerpartikel belichtet. Anschließend wird die Ortsgeschwindigkeit über die Teilchenbewegung durch Korrelationsverfahren ermittelt.

Die Anwendungsfelder von PIV sind in der Technik sehr vielfältig und liegen hauptsächlich in der Strömungsmechanik [5](#), beispielsweise aber auch in der Fahrzeugentwicklung zur Analyse von Prozessen im Motorinneren [8](#).

Da mit einer PIV-Messung Geschwindigkeitsfelder über große Bereiche vermessen und aufgezeichnet werden und nicht wie im Vergleich zu anderen Messverfahren nur Punktmessungen durchgeführt werden, ist PIV sehr gut zur Validierung von numerischen Computersimulationen geeignet [10](#).

Vielseitige Informationen zu dieser messtechnischen Methode bieten die Fachbücher von Raffel u.a. [7](#) und Adrian und Westerweel [2](#) und Artikel von Weitbrecht u.a. [10](#) und Prasad [5](#).

#### 3.1 Aufbau eines PIV-Messsystems

PIV-Systeme bestehen aus vier Hauptkomponenten, welche Abbildung [2](#) zeigt. Diese sind üblicherweise das zu untersuchende mit Partikeln besetzte Fluid in einer durchsichtigen Messstrecke, die Beleuchtungseinheit, die Aufnahmeeinheit und die Auswerteinheit [5](#). Die Elemente können abhängig vom Anwendungsfall in ihrer Ausführungsform variieren.

Während das mit Partikeln versetzte Fluid den durchsichtigen Versuchskanal passiert wird die Messebene durch einen Lichtschnitt definiert. Die Erzeugung des Lichtschnitts erfolgt mithilfe eines Pulslasers, dessen Laserstrahl innerhalb einer Lichtschnittoptik aufgefächert und umgelenkt wird. Der Abstand der Laserpulse ist abhängig von der Strömungssituation und muss sinnvoll gewählt werden. Photographisch aufgenommen

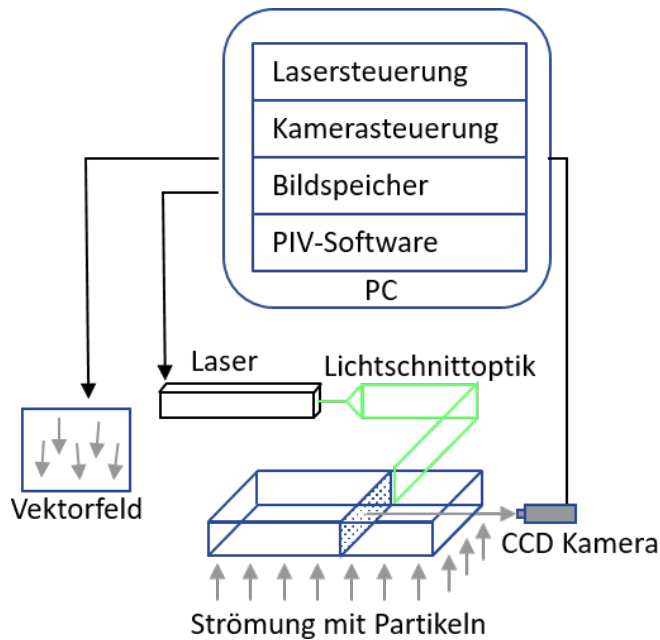


Abbildung 2: Komponenten allgemeines PIV-System ([10])

wird das Messfenster von einer Kamera, bei der es sich heutzutage meistens um eine gesteuerte CCD-Kamera handelt, die die Aufnahmen digital speichert. Anschließend berechnet ein Computer mit entsprechender Auswertsoftware die Geschwindigkeitsinformationen aus den Änderungen der Partikelpositionen der aufgenommenen Bilder.

Bei dem hier gezeigten Versuchsaufbau, handelt es sich um ein 2D PIV-System. Technisch sind allerdings auch Geschwindigkeitsmessungen dreidimensionaler Strömungen möglich, wofür eine Kameraanordnung zweier Kameras benötigt wird [3].

Des Weiteren wird bezüglich der Methode der Bildaufnahme unterschieden. Es werden entweder Einzel- oder Doppelbilder aufgenommen, die einfach-, doppel- oder mehrfachbelichtet sind. Die Bildaufnahmemethoden sind in Tabelle 2 aufgeführt und deren Funktionsweise anhand von Skizzen erläutert [1].


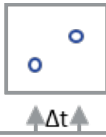

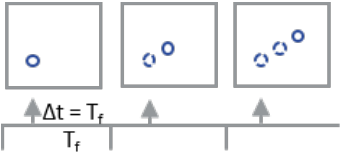
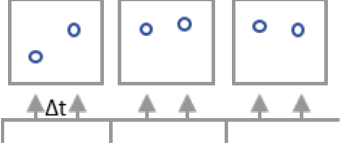
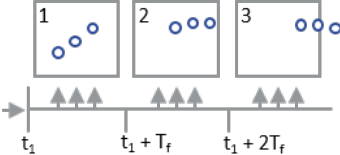
### 3.2 Korrelationsverfahren

Abhängig von den Bildaufnahmen ist anschließend bei der Auswertung das Korrelationsverfahren zu wählen. Im Fall von einfachbelichteten Mehrfachaufnahmen kommt es zu einer Verwendung der Kreuzkorrelation, während mehrfachbelichtete Einzelaufnahmen durch die Autokorrelation ausgewertet werden [10].

Da die Kameratechnik heutzutage kein einschränkender Faktor für einen geringen



Tabelle 2: Methoden Bildaufnahme 1

Einzelbild/ Einfachbelichtung	
Einzelbild/ Doppelbelichtung	
Einzelbild/ Mehrfachbelichtung	
Mehrfachbild/ Einfachbelichtung	
Mehrfachbild/ Doppelbelichtung	
Mehrfachbild/ Mehrfachbelichtung	

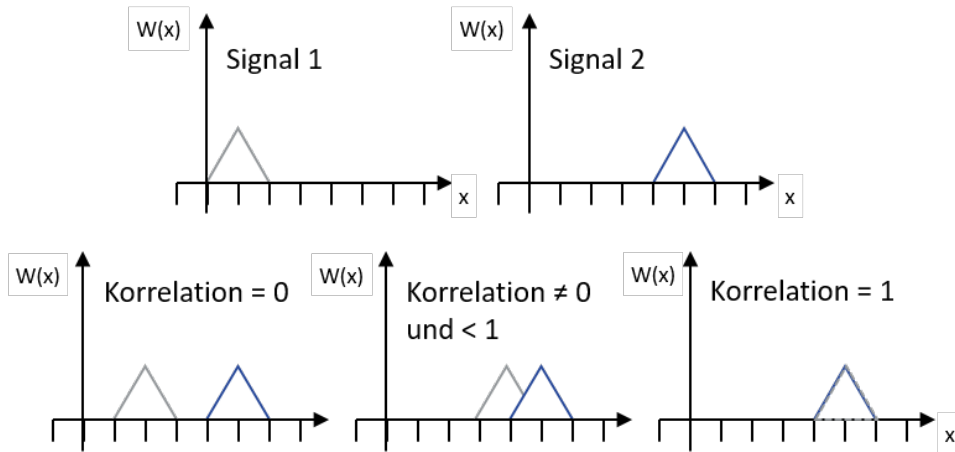


Abbildung 3: Prinzip der Korrelation zweier Signale

Zeitabstand zwischen Bildaufnahmen ist, wird zum größten Teil das Kreuzkorrelationsverfahren verwendet und damit die Aufnahme von Mehrfachbildern.

Das Ergebnis einer Kreuzkorrelation stellt ein Maß für die Übereinstimmung zweier Signale dar und kann Werte zwischen 0 (keine Übereinstimmung) und 1 (exakte Übereinstimmung) annehmen. In Abbildung 3 ist die eindimensionale Kreuzkorrelation von zwei dreieckigen Signalen schematisch dargestellt. Hierfür wird das Signal 1 um ein Vielfaches von  $x$  verschoben. Bei einer Verschiebung von  $4x$  ist das Ergebnis der Kreuzkorrelation  $= 1$ . Bei der Auswertung von PIV-Messdaten wird die Kreuzkorrelation nun ins zweidimensionale und auf die Intensität von belichteten Partikeln übertragen.

In der Abbildung 4 sind belichtete Partikel in zwei zeitlich versetzten Aufnahmen zu sehen. Zur Erhaltung eines Vektorfeldes aus den aufgenommenen Aufnahmen werden diese in Auswertezellen unterteilt. Üblicherweise hat eine Auswertezelle die Ausmaße von  $32 \times 32$  Pixel des Kamerachips [10]. Um den Rechenaufwand zu verringern wird eine Fast-Fourier-Transformation der Intensitätsverteilung der Auswertezellen für beide Bilder durchgeführt. Anschließend wird über die Kreuzkorrelation die wahrscheinlichste Verschiebung von Aufnahme A zu Aufnahme B berechnet. Mit dem bekannten Zeitabstand zwischen den Aufnahmen wird die Geschwindigkeit der Partikel und dementsprechend auch der Strömung bestimmt. Jedoch kann auch bei der Kreuzkorrelation maximal eine Verschiebung um die Hälfte der Auswertezelle gemessen werden ([7], [10]).

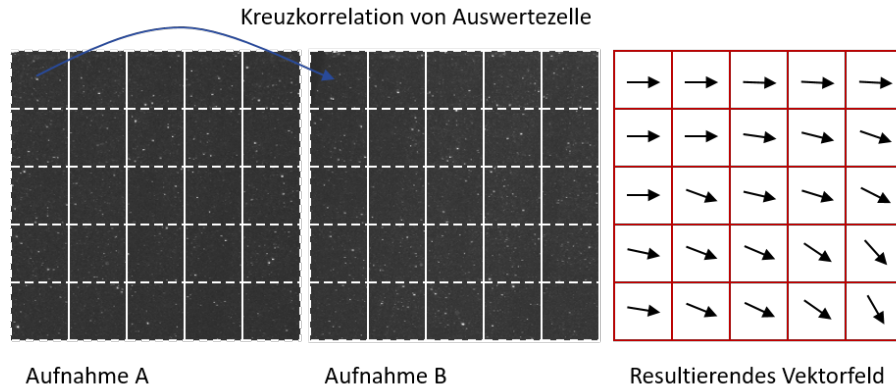


Abbildung 4: Schematische Darstellung der Auswertung von PIV-Messdaten

## 4 PIV-Messungen Im Labor

Im EFRE-geförderten Forschungsvorhaben zur Optimierung von Pumpwerken durch die Simulation von Sedimentierungsprozessen (OPuS) wurde ein neues Simulationsprogramm zur Strömungsberechnung auf Basis der Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) Methode entwickelt. SPH bezeichnet eine netzfreie, partikelbasierte numerische Strömungssimulation Methode, die auf einer Lagrangeschen Betrachtungsweise und der Interaktion von Partikeln beruht. Die Erhaltungsgleichungen werden hier durch Partikel diskretisiert. Vorteile der Methode liegen in der Abbildung freier bewegter Oberflächen und Strömungsprozessen innerhalb komplexer und bewegter Geometrien. Zur Validierung der angewendeten Modellierungen und der numerischen Verfahren wurden Messungen von Strömungen mit Hilfe von PIV durchgeführt.

### 4.1 Versuchsstand

Die experimentellen Versuche wurden in Kooperation mit dem Fachgebiet Fluidsystemdynamik der TU Berlin durchgeführt. Beim Versuchsstand handelt es sich hierbei um eine Ringrohrleitung mit einer Pumpe, Steuerorganen und Messgeräten. Das in dem Prüfstand verwendete Fluid ist Wasser. Für die experimentellen Untersuchungen werden unterschiedliche Störgeometrien in den Prüfstand integriert.

In Abbildung 5 ist der Prüfstand mit den Bezeichnungen der Komponenten dargestellt. Das Wasser fließt von dem Tank durch ein Absperrventil, durch die Pumpe, gefolgt von einem Kugelhahn und einem magnetisch-induktiven Durchflussmesser (MID) mit Nenndurchmesser DN 80. Danach folgen zwei Krümmer, wobei im zweiten Krümmer ein Pt100 Temperatursensor zur Bestimmung der Fluidtemperatur integriert

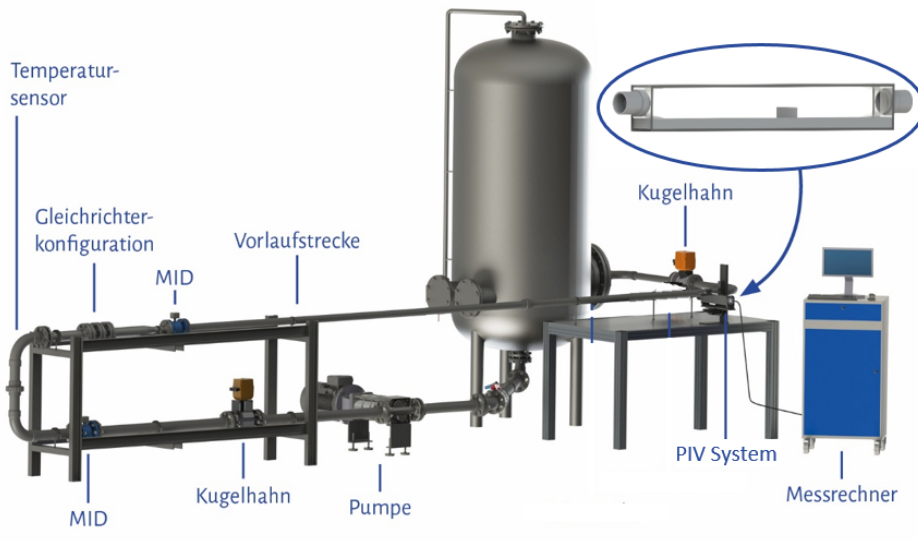


Abbildung 5: Prüfstand zur Untersuchung von Strömungsprofilen mittels LDV

ist. Um die Störung des Strömungsprofils durch die Krümmen im darauffolgenden Abschnitt so gering wie möglich zu halten, sind Strömungsgleichrichter hinter den Krümmern platziert, bestehend aus drei Lochplatten, und einem Rohrbündel. Die Vorlaufstrecke besteht aus geraden Rohrabschnitt, welcher 100-mal dem Rohrdurchmesser entspricht (100 D). Durch diese Lauflänge entwickelt sich ein vollausgebildetes, ungestörtes Strömungsprofil. Darauf folgt der aus Acrylglas gefertigte Versuchskanal mit den Störgeometrien. Dahinter befindet sich ein weiterer Kugelhahn, bevor das Wasser zurück in den Tank strömt.

Der durchsichtige Versuchskanal ermöglicht den für die PIV-Messung benötigten optischen Zugang (vgl. Abbildung 6). Der Kanal hat einen quadratischen Querschnitt mit einer Kantenlänge von 120 mm und einer Länge in Strömungsrichtung vom 1200 mm. Der Übergang zwischen den runden Querschnitt der Ringleitung und dem quadratischen Querschnitt des Versuchskanals erfolgt über ein Übergangsstück auf einer Länge von 60 mm.

In den Versuchskanal können verschiedene Störgeometrien eingebaut werden. Diese sind sehr simpel gehalten, damit in folgenden numerischen Simulationen das Strömungsgebiet reproduziert werden kann. Zusätzlich werden durch diese simplen Versuche wechselseitige Beeinflussungen durch Strömungsphänomene, wie z.B. Luftblasenbildung oder ungewollte Kriechströmungen vermieden. Die Störungsgeometrie ist über

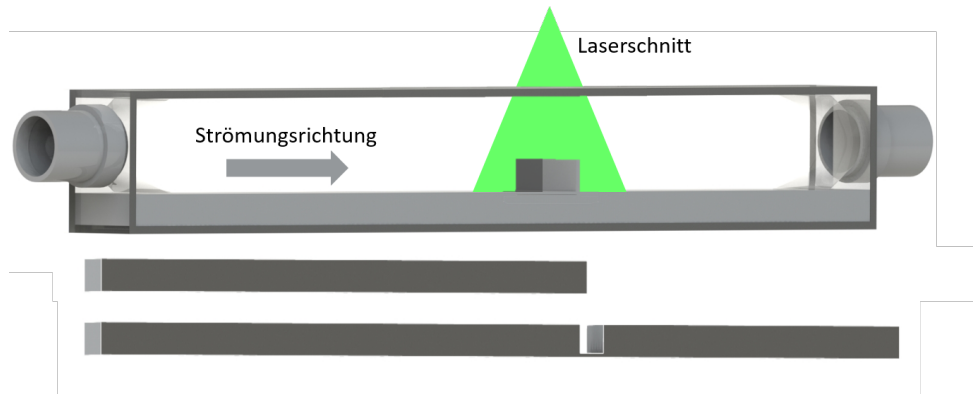


Abbildung 6: Versuchskanal mit den Störgeometrien Blende, Stufe und Cavity (v. o. n. u.)

die Tiefe des Versuchskanals konstant. Die Anfangs- und Endflächen schließen bündig mit dem Gehäuse des Kanals ab. Die Vorderkante jeder Störung liegt bei 750 mm nach dem Eintritt in den Kanal. Die verbleibende Länge im Versuchskanal dient dazu, dass der Austritt aus dem Kanal nicht die Form des gestörten Strömungsprofils beeinflusst. In der Tabelle 3 sind die Abmaße der Störgeometrien aufgezeigt (vgl. Abbildung 6).

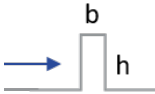
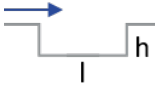

Für die PIV-Messungen wurden mit dem Pumpenkreislauf und dem PIV-System zwei Teilsysteme des Versuchsaufbaus verwendet. Zuerst mussten einige Komponenten justiert werden. Dazu wurde zum einen der Laser, der oberhalb des Kanals hinter der Lichtschnittoptik befestigt ist, angeschaltet und mit angelegter Schutzausrüstung und einer mit Rhodamin B versetzten Folie zur Sichtbarmachung des Laserstrahls die Position des Lichtschnitts überprüft und ausgerichtet. Dieser wird in Strömungsrichtung ausgerichtet, sodass der Strömungsverlauf über die Störgeometrie gemessen werden konnte. Der Laserlichtschnitt muss dabei mittig und parallel zwischen den Wänden des Versuchskanals verlaufen. Die CCD-Kamera ist so zu positionieren, dass die Bildebene parallel zum Lichtschnitt verläuft. Zur Reduzierung von Lichtreflexion durch das Plexiglas wurden alle Körper, der Plexiglasblock und der Boden des Versuchskanals mit schwarzer Folie beklebt.

## 4.2 Verwendetes PIV-SYSTEM

Bei dem verwendeten PIV-System handelt es sich um Komponenten verschiedener Firmen, die bezüglich ihres Aufbaus dem in Abbildung 2 gezeigten ähneln. Die Bezeichnung der Komponenten mit Herstellerangaben ist Tabelle 4 zu entnehmen.

Auch hier findet die Belichtung des Strömungsmediums mittels eines Pulslasers statt, bei dem es sich um einen doppelgepulsten Nd:Yag-Laser handelt. Bei dem verwendeten

Tabelle 3: Abmaße der Störgeometrien

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert	
Höhe Blende	$h_{\text{Blende}}$	40 mm	
Breite Blende	$b_{\text{Blende}}$	6.3 mm	
Höhe Cavity	$h_{\text{Ca}}$	40 mm	
Länge Cavity	$b_{\text{Ca}}$	79.5 mm	
Höhe Stufe	$h_{\text{St}}$	40 mm	

Laser handelt es sich um Neodym-dotierte Yttrium-Aluminium-Granat-Kristalle [6]. Der durch den Nd:Yag-Laser entstehende Laserstrahl wird durch die Lichtschnittoptik in einen parallelen Lichtschnitt aufgefächert. Die Bildaufnahme erfolgt mittels unten genannter CCD-Kamera, deren Bildebene parallel zum Lichtschnitt ausgerichtet ist.

Alle aufgeführten Komponenten werden von einem Synchronisator gesteuert, für den die ILA GmbH eine Computersoftware [9] zur Verfügung stellt. Darin können alle Parameter zur zeitlichen Abstimmung des Doppelpulslasers und der CCD-Kamera festgelegt werden.

Auch die dem Fluid zugesetzten Partikel wurden von der ILA GmbH hergestellt. Es handelt sich um hohle Glaskugeln mit einer Ummantelung aus Silber, um eine gute Lichtstreuungsfähigkeit zu gewährleisten. Da bei der Auswahl der Tracerpartikel neben der Lichtstreuungsfähigkeit auch das Strömungsverhalten beachtet werden muss, ist die Partikelgröße mit durchschnittlich  $15 \mu\text{m}$  ( $10 \dots 30 \mu\text{m}$ ) sehr gering und geeignet.

Für das Speichern der Bildaufnahmen der CCD-Kamera wurde die Framegrabber-Software CAMWARE der PCO AG verwendet, die die Aufnahmen direkt namentlich als Doppelbilder zuordnet. Gespeichert wurden während einer Versuchsdurchführung zwischen 747 und 813 Doppelbilder.

## 5 Ergebnisse

Die Auswertung der Bilder, welche im Rahmen einer PIV-Messung entstanden sind, erfolgte mithilfe computergestützter Programme, die über Korrelationsverfahren die Verschiebung der Partikel und damit auch die Geschwindigkeitsvektoren in den einzel-

Tabelle 4: Beschreibung PLV-Messverfahren.

<b>Bauteil</b>	<b>Beschreibung</b>
Doppelpulslaser	Solo PIV Nd:Yag Laser Systems ( <i>New Wave Research Inc</i> )
Lichtschnittoptik	LS Mini Light Sheet Optics ( <i>Intelligence Laser Applications (ILA) GmbH</i> )
CCD-Kamera	sensicam qe double shutter cooled digital 12bit CCD camera system ( <i>PCO AG</i> )
Kameraobjektiv	Objektiv mit Festbrennweite 35mm ( $f$ 1,4–16) ( <i>Nikon GmbH</i> )
Synchronisator	ILA Synchronizer 2009 ( <i>ILA GmbH</i> )
Software Synchronisator	ILA SynchronizerControl 2009 ( <i>ILA GmbH</i> )
Tracerpartikel	Silver Coated Hollow Glass Spheres ( <i>ILA GmbH</i> )

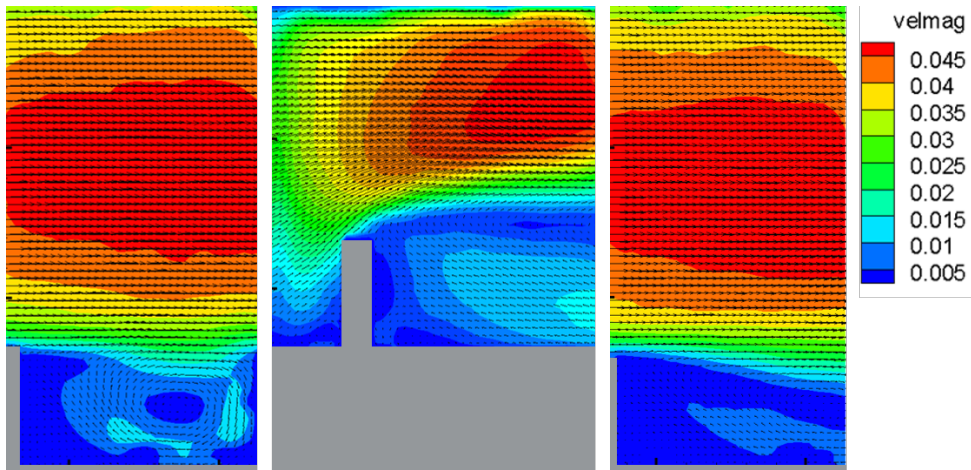


Abbildung 7: Ergebnisse der PIV-Messung bei  $Re = 5.000$  (Strömungsrichtung von links nach rechts)

nen Auswertzellen berechnen.

Das Endprodukt einer solchen computergestützten Auswertung ist ein Vektorfeld, das neben den Positionen der Auswertzellen die dazugehörigen Geschwindigkeitsinformationen enthält.

In der Abbildung [7](#) sind die Messergebnisse der Geschwindigkeitsverteilungen für die verschiedenen Geometrien zu sehen. Dargestellt ist ein Mittelwert aus den bis zu 813 aufgenommenen Doppelbildern. Die Messungen wurden bei einer Reynoldszahl von 5.000 durchgeführt. Für die Berechnung der Reynoldszahl wurde die Kantenlänge des quadratischen Querschnitts des Versuchskanals und kinematische Viskosität des Wassers bei der im Versuchsstand gemessenen Temperatur verwendet. Die Pulsdauer des Lasers ist anhand der damit verbundenen Strömungsgeschwindigkeit bestimmt worden. Links ist das Messergebnis des Hohlraums, in der Mitte der Blende und rechts der Stufe dargestellt. Die Geometrie ist in grau abstrahiert.

In allen Ergebnissen sind geometriebedingte Ablösungen der Strömung zu erkennen. Gepaart mit einem Wirbel im Rückströmbereich unterhalb der abgelösten Strömung entsprechen die Ergebnisse den Erwartungen.

Die Ergebnisse der Blende zeigen zwei Wirbel. Der erste Wirbel ist aufgrund der druckinduzierten Grenzschichtablösung vom Kanalboden auf der vorwärtsgewandten Seite der Blende erkennbar. Die dadurch nach oben umgelenkte Strömung löst an der vorderen Kante der Blende geometriebedingt ab, wodurch sich ein zweites großes Rezirkulationsgebiet hinter der Blende bildet. Aufgrund der sprunghaften Verengung des Strömungsquerschnitts kommt es zu einem Anstieg der Strömungsgeschwindigkeit.



Diese Geschwindigkeitssteigerung ist in der Darstellung sehr gut zu erkennen.

## 6 Zusammenfassung

Ziel war es, Vergleichsdaten zur Validierung eines neu entwickelten Computerprogramms zur numerischen Simulation von Strömungen mit der SPH Methode zu erzeugen. Hierfür wurden gestörte Strömungsprofile mit Hilfe des PIV-Verfahrens bei einer Reynoldszahl von 5.000 an einem speziell dafür errichteten Prüfstand gemessen. Durch einen durchsichtig gestalteten Kanal, war es möglich die Geschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung zu messen. Das Geschwindigkeitsprofil wurde durch verschiedene, in den Kanal eingebaute Geometrien gestört. Die Störgeometrien bestehen aus relativ einfachen geometrischen Formen, sodass zum einen im Versuch die geometrischen Randbedingungen (Fertigung und Positionierung der Störungen) gut zu kontrollieren waren und zum anderen ist die Übertragung der realen Vorlage in ein digitales Model einfach durchzuführen. Zusätzlich wurden durch die ausgewählten Störungen eine gegenseitige Beeinflussung von verschiedenen Strömungseffekten reduziert.

Die Ergebnisse stimmen mit den Erwartungen überein. Durch geometriebedingte Ablösungen der Strömung sind ausgeprägt Rückströmungen zu erkennen. Bei der Blende entsteht zusätzlich eine starke Beschleunigung der Strömung aufgrund der Querschnittsverengung.

Es sind mit Fehlern bei den starken Strömungsgradienten an der Wand und im Bereich der beschleunigten Strömung bei der Blende zu rechnen. Zwar liegt der größte Teil der gemessenen Strömung unter dem Qualitätskriterium von 0,2 für das Verhältnis von Geschwindigkeitsgradienten in einer Auswertezelle und mittlerer Geschwindigkeit, an der Wand kommt es aber zu einer Überschreitung. Des Weiteren ist der bekannte Peak-Locking-Effekt beobachtet worden. In den Aufnahmen sind Partikel zu finden, welche nur durch einen Pixel dargestellt werden.

In folgenden Arbeiten können die Strömungen durch die Störgeometrien mit der SPH Methode berechnet werden. Über einen Vergleich der experimentellen Messungen mit den numerischen Simulationsergebnissen wird die Güte des Simulationsprogramms bewertet. Zusätzlich können durchgeführte Verbesserungen im Simulationsmodell anhand der Messergebnisse überprüft werden.

Im Ausblick liefert die Entwicklung des Simulationsprogramms in Verbindung mit den Messungen relevante Schritte zur Erfüllung der Ziele im Forschungsvorhaben OPuS. Noch nicht betrachtet wurde sowohl im Experiment als auch in der Simulation das Verhalten einer sedimentbeaufschlagten Strömung. Strömungen mit einem großen Sedimentanteil sind häufig im Abwasserbereich zu finden. Diese sorgen z.B. durch Bildung von Ablagerungen in Bereichen mit niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten zu Betriebsstörungen in Kanälen und Abwassersammelbecken. Die Einbeziehung von

Sedimenten in die Strömungssimulationen mit der SPH-Methode tragen zu einer kostengünstigeren und verbesserten Auslegung dieser Abwasserbauten bei.

## Danksagung

Die Ergebnisse sind entstanden in Kooperation mit dem Fachgebiet für Fluidsystemdynamik der Technischen Universität Berlin und mit Unterstützung des Mittelgebers Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie im Förderprogramm EFRE - Aktion 1.9 - Infrastruktur für Wissenschaft und Forschung.



Senatsverwaltung  
für Bildung, Jugend  
und Familie



## Literatur

- [1] R. J. Adrian. „Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics“. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 1.23 (1991).
- [2] R. J. Adrian und J. Westerweel. *Particle Image Velocimetry*. 1. Cambridge University Press, 2011.
- [3] H. Eckelmann. *Einführung in die Strömungsmesstechnik*. Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 1997.
- [4] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [5] A. K. Prasad. „Particle image velocimetry“. In: *Current Science* 1.79 (2000).
- [6] W. Radloff. *Laser in Wissenschaft und Technik*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 2010.
- [7] M. Raffel u. a. *Particle Image Velocimetry A Practical Guide*. 2. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.
- [8] M. Schuth und W. Buerakov. *Handbuch Optische Messtechnik*. Carl Hanser Verlag München, 2016.
- [9] *Software ILA SynchronizerControl - User Manual*. ILA GmbH, 2009.
- [10] V. Weitbrecht u. a. *Geschwindigkeitsmessungen mit Particle-Image-Velocimetry: Labor- und Feldmessungen*. 90. Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, 2007.



ISBN 978-3-948133-00-9 (pdf)  
ISBN 978-3-948133-01-6 (ePub)  
ISSN 2199-515X